

GEOMETRIA

¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
AROD

8

Ecuaciones

Teoría y Práctica

A
L

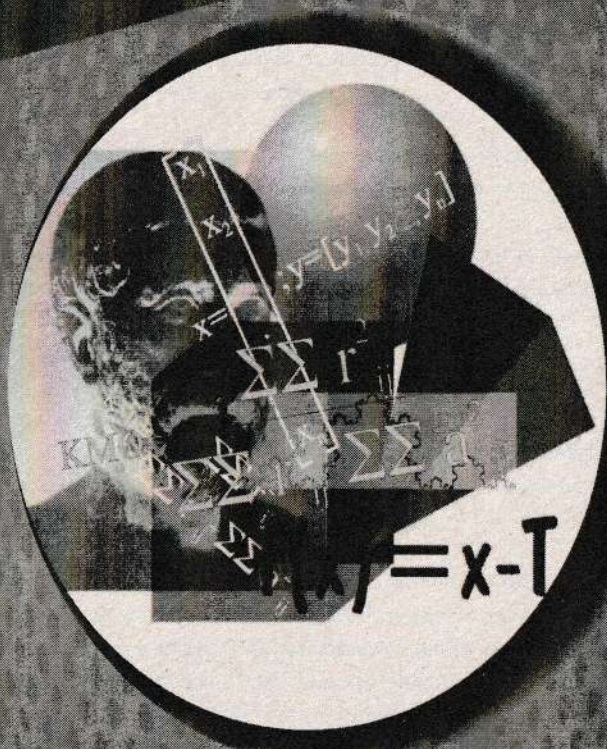


8

Ecuaciones

Teoría y Práctica

ALGEBRA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODO

PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

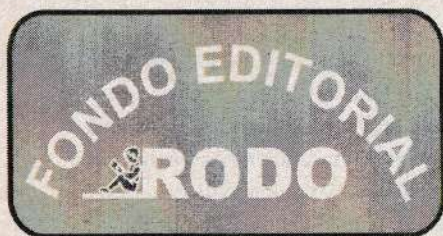
Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ÁLGEBRA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.



ÁLGEBRA - TEMA SELECTO 08, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Noviembre 2013 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2013 - 19047

EQUIPO PEDAGÓGICO

Juan Carlos Ramos Leyva

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

ECUACIONES EN UNA INCÓGNITA**ECUACIÓN**

Sean A y B dos expresiones matemáticas definidas en un conjunto numérico. Se denomina ecuación a la igualdad: $A = B$ en la cual existe al menos una letra denominado incógnita, veamos un ejemplo:

$$2x - 1 = 7 + x$$

Es una ecuación de incógnita x.

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

Se denomina así al valor (o valores) que asume la incógnita de modo que verifique la igualdad.

Para la ecuación: $2x - 1 = 7 + x$, su solución es: $x = 8$

CONJUNTO SOLUCIÓN (CS)

Es aquel conjunto determinado por extensión donde los elementos son las soluciones de la ecuación dada, veamos un ejemplo:

$$(2x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} ; x = -1 \vee x = 3$$

$$\therefore CS = \left\{ \frac{1}{2}, -1, 3 \right\}$$

**OBSERVACIÓN**

- 1) Si la ecuación se encuentra en función de una sola incógnita, su solución también podrá ser llamada raíz.
- 2) La diferencia entre una solución y una raíz es que la primera no se puede repetir, mientras que la segunda si.

ECUACIONES EQUIVALENTES

Dos o más ecuaciones son equivalentes si presentan el mismo conjunto solución.



ÁLGEBRA - TEMA SELECTO 08, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Noviembre 2013 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2013 - 19647

EQUIPO PEDAGÓGICO

Juan Carlos Ramos Leyva

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

ECUACIONES EN UNA INCÓGNITA**ECUACIÓN**

Sean A y B dos expresiones matemáticas definidas en un conjunto numérico. Se denomina ecuación a la igualdad: $A = B$ en la cual existe al menos una letra denominado incógnita, veamos un ejemplo:

$$2x - 1 = 7 + x$$

Es una ecuación de incógnita x.

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

Se denomina así al valor (o valores) que asume la incógnita de modo que verifique la igualdad.

Para la ecuación: $2x - 1 = 7 + x$, su solución es: $x = 8$

CONJUNTO SOLUCIÓN (CS)

Es aquel conjunto determinado por extensión donde los elementos son las soluciones de la ecuación dada, veamos un ejemplo:

$$(2x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} ; x = -1 \quad \vee \quad x = 3$$

$$\therefore CS = \left\{ \frac{1}{2}, -1, 3 \right\}$$

**OBSERVACIÓN**

- 1) Si la ecuación se encuentra en función de una sola incógnita, su solución también podrá ser llamada raíz.
- 2) La diferencia entre una solución y una raíz es que la primera no se puede repetir, mientras que la segunda si.

ECUACIONES EQUIVALENTES

Dos o más ecuaciones son equivalentes si presentan el mismo conjunto solución.

CLASIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES**I. DE ACUERDO A SU POSIBILIDAD DE SOLUCIÓN LAS ECUACIONES PODRÁN SER:**

- 1) **Compatible Determinada:** Si presentan una cantidad limitada de soluciones.
- 2) **Compatible Indeterminada:** Si presentan infinitas soluciones.
- 3) **Incompatible:** No presenta solución, frecuentemente se dice que son ecuaciones absurdas.

II. DE ACUERDO CON SU ESTRUCTURA LAS ECUACIONES PODRÁN SER:

- 1) **Polinomiales:** Si presenta su incógnita en el numerador afectada de exponente entero positivo.

$$\bullet \quad x^2 - x = x^3 + 4$$

- 2) **Fraccionarias:** Si presenta su incógnita formando parte de algún denominador.

$$\bullet \quad 2 + x = 3 - \frac{1}{x + 1}$$

- 3) **Irracionales:** Si presenta su incógnita afectada de algún signo radical o exponente fraccionario.

$$\bullet \quad \sqrt{x - 1} = 3 - x$$

**OBSERVACIÓN**

- 1) En toda ecuación fraccionaria el denominador será diferente de cero.
- 2) En toda ecuación irracional cuyo índice del signo radical sea un número par, el radicando y la raíz deberán ser no negativos.

$$\bullet \quad \frac{A}{B} = C \rightarrow B \neq 0$$

$$\bullet \quad \sqrt{A} = B \rightarrow A \geq 0 \wedge B \geq 0$$

- 3) Las ecuaciones fraccionarias e irracionales previa restricción citadas anteriormente se podrán transformar en ecuaciones polinomiales.

ECUACIONES POLINOMIALES

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

Donde: x = incógnita

$$a_0, a_1, a_2, \dots \wedge a_n \in \mathbb{C} / a_0 \neq 0$$

n = grado de la ecuación / $n \in \mathbb{Z}^+$

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL ÁLGEBRA

Todo polinomio de grado n ($n \in \mathbb{Z}^+$) de cualquier tipo de coeficientes numéricos, tiene por lo menos una raíz generalmente compleja.

Corolario: Todo polinomio de grado n ($n \in \mathbb{Z}^+$) tiene exactamente n raíces

- $x^2 - x + 5 = 0$ tiene 2 raíces
- $x^7 + x = 1$ tiene 7 raíces

TEOREMA DE CARDANO - VIETTE

Dada la ecuación polinomial de grado " n " cuya estructura es:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + a_3x^{n-3} + \dots + a_n = 0$$

Si sus raíces son $x_1; x_2; x_3; \dots \wedge x_n$ se cumple:

1) Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = -\frac{a_1}{a_0}$$

2) Suma de productos binarios:

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + \dots + x_{n-1}x_n = \frac{a_2}{a_0}$$

3) Suma de productos ternarios:

$$x_1x_2x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \dots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_3}{a_0}$$

$$\vdots$$

En general: Si S_k representa la suma de los productos de las raíces tomadas de "k" en "k" se cumple:

$$S_k = (-1)^k \cdot \frac{a_k}{a_0}$$

Veamos un ejemplo para la ecuación:

$$2x^3 + 5x^2 + 10x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{5}{2}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

TEOREMAS ADICIONALES

- 1) **Paridad de raíces imaginarias:** Sea $P(x) = 0$ una ecuación polinomial de grado $n \geq 2$ donde $P(x)$ es un polinomio de coeficientes reales, si una raíz de la ecuación es el número imaginario $a + bi$, otra raíz será $a - bi$; $i = \sqrt{-1}$, $a \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R} - \{0\}$

Observación: Las raíces imaginarias siempre se presentan en parejas conjugadas, si $P(x)$ es de grado impar, la ecuación $P(x) = 0$ aceptará al menos una raíz real.

- 2) **Paridad de raíces irracionales:** Sea $P(x) = 0$ una ecuación polinomial, donde $P(x)$ es un polinomio de coeficientes racionales, si una raíz de la ecuación es el número irracional $a + \sqrt{b} / a \in \mathbb{Q} \wedge \sqrt{b} \in \mathbb{Q}'$, entonces otra raíz será $a - \sqrt{b}$

ECUACIÓN DE PRIMER GRADO (LINEAL)

Forma general:

$$ax + b = 0$$

Donde: x = incógnita, asume un valor $a \wedge b \in \mathbb{R} / a \neq 0$

Resolución de la ecuación:

$$ax + b = 0 \leftrightarrow ax = -b$$

$$\rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$\therefore \text{C.S.} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO (CUADRÁTICA)**Forma General:**

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde: x = incógnita, asume dos valores; $a, b \wedge c \in \mathbb{R} / a \neq 0$ **Resolución de la ecuación:****1) Por factorización:**

- Resolver la ecuación: $x^2 - x - 6 = 0$

$$(x - 3)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee x + 2 = 0$$

$$x = 3 \vee x = -2 \therefore \text{CS} = \{3, -2\}$$

- Resolver la ecuación: $4x^2 - 9 = 0$

$$(2x + 3)(2x - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \vee 2x - 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{3}{2} \therefore \text{CS} = \left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

2) Por la fórmula de Carnot:Si $x_1 \wedge x_2$ son las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$ estas se obtienen a partir de la relación:

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{Donde: } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Resolver la ecuación: $3x^2 - 2x - 4 = 0$

Observar que: $a = 3, b = -2 \wedge c = -4$

$$x_{1;2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-4)}}{2(3)}$$

$$x_{1;2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{6}$$

$$x_{1;2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$$

$$\therefore \text{CS} = \left\{\frac{1 + \sqrt{13}}{3}, \frac{1 - \sqrt{13}}{3}\right\}$$

DISCRIMINANTE (Δ)

Dada la ecuación cuadrática en x:

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$$

Se denomina discriminante denotado por Δ y definido de la manera siguiente:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Para la ecuación: $2x^2 - 5x + 1 = 0$

Su discriminante es: $\Delta = (-5)^2 - 4(2)(1)$

$$\Delta = 25 - 8$$

$$\Delta = 17$$

PROPIEDAD DEL DISCRIMINANTE

Dada la ecuación cuadrática en x: $ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$

- 1) Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene raíces reales y diferentes.
- 2) Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene raíces reales e iguales.
- 3) Si $\Delta < 0$, la ecuación tiene raíces imaginarias y conjugadas.

PROPIEDAD DE LAS RAÍCES DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA

Si $x_1 \wedge x_2$ son las raíces de la ecuación cuadrática en "x"

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$$

Se cumple:

- 1) **Suma de raíces:**

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

- 2) **Producto de raíces:**

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

- Para la ecuación: $2x^2 - 10x + 1 = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{-10}{2} = 5 \wedge x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$$



OBSERVACIÓN

Para determinar la diferencia de las raíces se recomienda utilizar la equivalencia de Legendre.

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4(x_1 \cdot x_2)$$

RAÍCES ESPECIALES

Dada la ecuación cuadrática en x : $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$ de raíces $x_1 \wedge x_2$ (diferentes de cero), si estas son:

1) **Simétricas (opuestas)**, se cumple: $x_1 + x_2 = 0$

2) **Recíprocas (inversas)**, se cumple: $x_1 \cdot x_2 = 1$

RECONSTRUCCIÓN DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA EN x

Siendo S y P suma y producto de raíces respectivamente, toda ecuación cuadrática en x se determina según la fórmula:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

TEOREMA DE LAS ECUACIONES EQUIVALENTES

Siendo: $ax^2 + bx + c = 0$

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$$

Ecuaciones equivalentes, se cumple:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

TEOREMA DE LA RAÍZ COMÚN

Siendo: $ax^2 + bx + c = 0$

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$$

Ecuaciones que presenta una raíz común, se cumple:

$$(ab_1 - a_1b)(bc_1 - b_1c) = (ac_1 - a_1c)^2$$

ECUACIÓN DE TERCER GRADO (CÚBICA)**Forma General:**

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad \dots\dots(1)$$

Donde: x = incógnita, asume tres valores $a, b, c \wedge d \in \mathbb{R} / a \neq 0$

Si en la forma general se sustituye x por $x - \frac{b}{3a}$ se obtiene la siguiente ecuación:

$$x^3 + px + q = 0 \quad \dots\dots(2)$$

Cuyo discriminante se denota por D y se define según la relación

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$$

Con lo cual las raíces de la ecuación (2) se obtienen según:

$$x_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}}$$

$$x_2 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} \cdot w + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}} \cdot w^2$$

$$x_3 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} \cdot w^2 + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}} \cdot w$$

Siendo: $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (raíz cúbica imaginaria de unidad real)

**OBSERVACIÓN**

Se recomienda utilizar el proceso anterior siempre y cuando la ecuación dada no pueda ser resuelta por algún criterio de factorización.

PROPIEDADES DEL DISCRIMINANTE EN LA ECUACIÓN $x^3 + px + q = 0$

- 1) Si: $D > 0$, la ecuación tiene 1 raíz real y 2 raíces imaginarias conjugadas.
- 2) Si: $D = 0$, la ecuación tiene 3 raíces reales, 2 iguales y 1 distinta a estas.
- 3) Si: $D < 0$, la ecuación tiene 3 raíces reales diferentes.

ECUACIÓN BICUADRADA

Es aquella ecuación polinomial de cuarto grado que presenta la siguiente forma.

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

donde: x ; incógnita, $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$

TEOREMA

Toda ecuación bicuadrada $ax^4 + bx^2 + c = 0$ donde " m " y " n " son dos raíces no simétricas presenta por conjunto solución:

$$C.S = \{m, -m, n, -n\}$$

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

Siendo m y n las raíces no simétricas de la ecuación bicuadrada $ax^4 + bx^2 + c = 0$, se cumple:

$$1) \quad m^2 + n^2 = -\frac{b}{a}$$

$$2) \quad m^2 \cdot n^2 = \frac{c}{a}$$

RECONSTRUCCIÓN DE LA ECUACIÓN BICUADRADA EN x

Siendo m y n las raíces no simétricas, tenemos.

$$x^4 - (m^2 + n^2)x^2 + m^2 n^2 = 0$$

ECUACIÓN BINOMIA

Forma General:

$$ax^n + b = 0$$

Donde: x = incógnita, asume " n " valores; $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$



OBSERVACIÓN

Para resolver una ecuación binomia se podrá aplicar algún producto notable, cierto criterio de factorización o la radicación de los números complejos.

ECUACIÓN TRINOMIA**Forma General:**

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0$$

Donde: x = incógnita, asume "2n" valores; $n \in \mathbb{N} / n \geq 2$; $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$

OBSERVACIÓN

Para resolver una ecuación trinomia se recomienda que en la forma general se realice el siguiente cambio: x^n por y , con lo cual la ecuación sería:

$$ay^2 + by + c = 0$$

Donde los valores de y se podrán obtener según los criterios vistos en la resolución de una ecuación cuadrática, para finalmente resolver la siguiente ecuación binomia: $x^n = y$

ECUACIÓN RECÍPROCA

Sea $P(x)$ un polinomio de coeficientes reales, cuyo grado es mayor o igual que dos. $P(x) = 0$ será una ecuación recíproca si $P(x)$ es un polinomio cuyos coeficientes de sus términos equidistantes son iguales o de signos opuestos.

Veamos algunos ejemplos:

- $2x^2 + 5x + 2 = 0$
- $x^3 + 4x^2 - 4x - 1 = 0$
- $5x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 5 = 0$
- $4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$

PROPIEDADES

- 1) En toda ecuación recíproca se cumple que si $r \neq 0$ es una raíz, entonces otra raíz será $\frac{1}{r}$
- 2) Toda ecuación recíproca de grado impar acepta como raíz a 1 ó -1.
- 3) Si $P(x) = 0$ es una ecuación recíproca de grado "n" se verifica lo siguiente:

$$P(x) \equiv x^n \cdot P\left(\frac{1}{x}\right)$$



PROBLEMAS RESOLUTIVOS

1. Resolver:

$$\frac{8x-3}{2} = 2 - \frac{8x-2}{3}$$

- A) $\left\{\frac{5}{8}\right\}$ B) $\left\{\frac{8}{5}\right\}$ C) $\left\{\frac{7}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{8}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{5}{8}\right\}$

2. Resolver:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{x+1}{5}\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{x-6}{3}\right)$$

- A) {11} B) {12} C) {13}
D) {14} E) {15}

3. Resolver:

$$\frac{1}{2}(x-1) - (x-3) = \frac{1}{3}(x+3) + \frac{1}{6}$$

- A) {5, 8} B) {5, 9} C) {1, 6}
D) {6} E) {6, 2}

4. Resolver:

$$\frac{3}{5}\left(\frac{2x-1}{6}\right) - \frac{4}{3}\left(\frac{3x+2}{4}\right) - \frac{1}{5}\left(\frac{x-2}{2}\right) = -\frac{1}{5}$$

- A) $\left\{-\frac{11}{27}\right\}$ B) $\left\{\frac{27}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{31}{5}\right\}$
D) $\left\{-\frac{4}{5}\right\}$ E) $\left\{\frac{51}{5}\right\}$

5. Resolver:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(x-1)-1\right]-1\right]-1\right]-1=2$$

- A) {61} B) {62} C) {63}
D) {64} E) {65}

6. Despejar x en:

$$\frac{x}{ab} + \frac{x}{bc} + \frac{x}{ac} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

- A) $a+b+c$ B) $ab+ac+bc$
C) $\frac{ab+ac+bc}{a+b+c}$
D) $\frac{a+b+c}{abc}$ E) $\frac{abc}{a+b+c}$

7. Despejar "x" en:

$$\frac{a(a-x)}{b} - \frac{b(b+x)}{a} = x$$

- A) $a+b$ B) $a-b$ C) ab
D) $\frac{1}{a+b}$ E) $\frac{a+b}{ab}$

8. Despejar "x" en:

$$\frac{x+a}{a-b} + \frac{x-a}{a+b} = \frac{x+b}{a+b} + \frac{2(x-b)}{a-b}$$

- A) a B) b C) $2a$
D) $3b$ E) $3ab$

9. ¿Para qué valor de "x" se verifica:

$$\frac{a}{b}\left(1-\frac{a}{x}\right) + \frac{b}{a}\left(1-\frac{b}{x}\right) = 1?$$

- A) ab B) $a+b$ C) $a-b$
D) $\frac{a}{b}$ E) $\frac{b}{a}$

10. Calcular "x" en:

$$\frac{2-x}{3} + \frac{3-x}{4} + \frac{4-x}{5} + \frac{5-x}{6} + \frac{3}{4} = 0$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11. Despejar "x" en:

$$\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{a+c} + \frac{x-c}{a+b} = 3$$

A) $a+b+c$ B) $a-b+c$ C) abc D) $\frac{a+c}{b}$ E) $\frac{a+b}{c}$

12. Despejar "x" en:

$$\frac{(x-a)^2}{(x-b)(x-c)} + \frac{(x-b)^2}{(x-a)(x-c)} + \frac{(x-c)^2}{(x-b)(x-a)} = 3$$

A) $\frac{a+b+c}{3}$ B) $\frac{a-b+c}{3}$ C) $\frac{a+b+c}{6}$ D) $\frac{abc}{3}$ E) $a+b+c$

13. Despejar "x" en:

$$\frac{a+bx}{ab} - \frac{ax+2b}{ab+b^2} = \frac{bx}{a^2+ab}; a \neq b$$

A) ab B) $a+b$ C) $a-b$ D) 1 E) -1

14. Despejar "x" en:

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

A) abc B) $a-b+c$ C) $a+b+c$ D) $\frac{abc}{a+b+c}$ E) $\frac{a+b+c}{abc}$

15. Despejar "x" en:

$$\frac{2x+a}{b} + \frac{x-b}{a} = \frac{3ax+(a-b)^2}{ab}$$

A) 2 B) b C) $2a$ D) $2b$ E) ab

16. Determinar "x" a partir de:

$$\frac{x-1}{x+a-b} = \frac{1-x}{x-a+b} + 2$$

A) ab B) $a-b$ C) a^2+b^2 D) $(a+b)^2$ E) $(a-b)^2$

17. Resolver:

$$\frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{1}{(x-2)(x-4)} = 0$$

A) $\{3\}$ B) $\{1; 2\}$ C) $\{2; 3; 4\}$ D) $\{1; 3\}$ E) $\emptyset$

18. Calcular "x" de:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{x-1} + 1$$

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{9}{4}$

19. Calcular "x" en:

$$\sqrt[3]{14+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{14-\sqrt{x}} = 4$$

A) 149 B) 159 C) 169 D) 179 E) 189

20. Despejar "x" en:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-4a}}{\sqrt{x} - \sqrt{x-4a}} = a$$

A) $a+1$ B) $a-1$ C) $(a+1)^2$ D) $(a-1)^2$ E) $4a$

21. Resolver:

$$\frac{x^2-6x+10}{x^2+8x+17} = \frac{x^2-6x+9}{x^2+8x+16}$$

A) $\{1\}$ B) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ D) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$

22. Calcular "x" en:

$$\frac{1 + \frac{x+1}{x-1}}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 2$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

23. Resolver:

$$\sqrt{3x-2} = \sqrt{2x-1} - \sqrt{5x-4} + \sqrt{4x-3}$$

- A) {1} B) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ C) {2}

- D) $\left\{1; \frac{3}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{5}{2}\right\}$

24. Sobre la ecuación:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{5x}{x^2-4} = \frac{3}{x-2} + \frac{x}{x^2-4}$$

Podemos afirmar que:

- A) Admite solución $x = 2$
B) Admite solución $x = -2$
C) Es indeterminada.
D) Es incompatible
E) Tiene solución diferente de $2y-2$

25. Calcular "x" en:

$$\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-3}{x-4} = \frac{x-4}{x-3} - \frac{x-2}{x-1}$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{9}{2}$

- D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

26. Despejar "x" en:

$$\frac{6x+2a+3b+c}{6x+2a-3b-c} = \frac{2x+6a+b+3c}{2x+6a-b-3c}$$

- A) $\frac{ac}{b}$ B) $\frac{ab}{c}$ C) abc

- D) $\frac{1}{abc}$ E) $\frac{ab}{a+b+c}$

27. Calcular "x" en:

$$m + \frac{n}{x} = m \sqrt{\frac{x}{mx+n}}$$

- A) $\frac{n}{m+1}$ B) $\frac{n}{m-1}$ C) $\frac{m}{n+1}$

- D) $\frac{n}{1-m}$ E) $m(1-n)$

28. Determine la suma de cifras de "x", si:

$$\sqrt[3]{7+\sqrt{x}} - \sqrt[3]{49-x} + \sqrt[3]{7-\sqrt{x}} = 1$$

- A) 9 B) 8 C) 12

- D) 10 E) 16

29. Resolver:

$$\frac{x(x-2a)}{\sqrt{bc}} + \frac{a-x}{\sqrt{c}} - \frac{a-x}{\sqrt{b}} = 1 - \frac{a^2}{\sqrt{bc}}$$

- A) $\{a - \sqrt{b}; a + \sqrt{c}\}$ B) $\{a - \sqrt{b}; a - \sqrt{c}\}$

- C) $\{a + \sqrt{b}; a - \sqrt{c}\}$

- D) $\{a + \sqrt{b}; a + \sqrt{c}\}$ E) $\{b + \sqrt{c}; b - \sqrt{a}\}$

30. Con respecto a la ecuación:

$$x + \sqrt{x-2} = 4$$

Es cierto que:

- A) Tiene dos raíces reales.
B) Tiene una raíz real y una imaginaria.
C) Tiene dos raíces imaginarias.
D) Tiene una raíz real solamente.
E) Tiene una raíz imaginaria solamente

31. Si x_1 y x_2 son raíces de la ecuación:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Calcular:

$$x_1(x_1^2 + 1) + (x_2^2 + 1)x_2$$

- A) 20 B) 21 C) 22

- D) 23 E) 24

32. Si "m" y "n" son las raíces de la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0.$$

Calcular: $m^{-2} + n^{-2}$

- A) $\frac{b^2-2ac}{c^2}$ B) $\frac{b^2+2ac}{c^2}$ C) $\frac{b^2-4ac}{c^2}$

- D) $\frac{b^2+4ac}{c^2}$ E) $\frac{b^2-ac}{c^2}$

33. Si la ecuación: $x^2 - nx + 36 = 0$ admite como raíces a x_1 y x_2 tal que:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12}$$

¿Qué valor asume n ?

- A) 10 B) 15 C) 20
D) 5 E) 25

34. Si las raíces de la ecuación:

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \text{ tienen la forma: } \frac{m \pm \sqrt{n}}{p}$$

con m, n y p ; P.E.S.I. Calcular el valor

de: $\sqrt{m+n+p}$

- A) 6 B) 5 C) 4
D) 3 E) 2

35. Si $x_0 = -2$ es una solución de la ecuación cuadrática en x :

$$3x^2 + mx + m + 1 = 0$$

¿Cuál es el valor de " m "?

- A) 11 B) -11 C) 13
D) -12 E) 12

36. Si la ecuación de incógnita x :

$$(n-3)x^2 + (n+1)x - 8 = 0$$

Se reduce a una de primer grado, calcular: $n+x$

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

37. Siendo x_1 y x_2 las raíces de:

$$5x^2 - 23x + 11 = 0$$

Calcular:

$$\left(\frac{3x_1 + 1}{2x_1 - 9} \right) \cdot \left(\frac{3x_2 + 1}{2x_2 - 9} \right)$$

- A) $\frac{173}{35}$ B) $\frac{163}{35}$ C) $\frac{153}{35}$
D) $\frac{143}{35}$ E) $\frac{133}{35}$

38. Determinar el valor de " m " de tal manera que la cuadrática en " x ":

$$x^2 - 2(m^2 - 4m)x + m^4 = 0$$

Tenga sus raíces con un mismo valor diferente de cero.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) -2 E) -3

39. Si " α " y " θ " son las raíces de la ecuación:

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Formar una ecuación cuadrática de raíces: $\alpha^2 y \theta^2$.

- A) $x^2 + 14x - 25 = 0$ B) $x^2 + 14x + 25 = 0$
C) $x^2 - 14x + 25 = 0$
D) $x^2 - 14x - 25 = 0$ E) $x^2 - 25x + 14 = 0$

40. ¿Para qué valor de " m " una de las raíces de la ecuación:

$$x^2 - 2(m+5)x + 20m = 0$$

es mayor que 12?

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

41. La ecuación de 2º grado una de cuyas raíces es la fracción:

$$x = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$$

- A) $2x^2 - 7 = 0$ B) $3x^2 - 5 = 0$
C) $4x^2 - 5 = 0$
D) $3x^2 - 2 = 0$ E) $5x^2 - 3 = 0$

42. Si $\{x_1; x_2\}$ es el conjunto solución de la

$$\text{ecuación: } x^2 + 3x + 3 = 0$$

Calcular: $(x_1+3)(x_1+5)(x_2+3)(x_2+5)$

- A) 39 B) 30 C) 13
D) 15 E) 0

43. ¿Para qué valor del parámetro " γ " la cuadrática en x :

$4x^2 + (\gamma + 2)x + 10 = 3\gamma$
verifica que la suma y producto de sus raíces si son iguales?

- A) 6 B) -6 C) 3
D) -3 E) 4

44. Si la ecuación dada:

$$\frac{mx+2}{x+1} + \frac{2}{x-1} = 3$$

Se transforma en una ecuación de primer grado ¿Qué valor asume m ?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

45. ¿Para qué valor de " m " las raíces de la ecuación:

$x^2 - (m+3)x + \frac{m^2}{4} + 1 = 0$
difieren en dos?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

46. Calcular la suma de los cuadrados de las raíces recíprocas de la cuadrática en " x ": $(k-1)x^2 + (5-2k)x + 4k+5 = 0$

- A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) F.D.

47. Calcular: " $n-m$ " si las cuadráticas en " x ":

$$(2m+1)x^2 - (3m-1)x + 2 = 0$$

$(n+2)x^2 - (2n+1)x - 1 = 0$
son equivalentes:

- A) $\frac{29}{2}$ B) $\frac{27}{2}$ C) $\frac{31}{2}$
D) $\frac{33}{2}$ E) $\frac{35}{2}$

48. Si la ecuación:

$$2005x^2 + 2006x + 2007 = 0$$

Admite por raíces a : α y γ , muestre la ecuación cuadrática de raíces $\frac{1}{\alpha}$ y $\frac{1}{\gamma}$

- A) $2005x^2 + 2007x + 2006 = 0$
B) $2006x^2 + 2005x + 2007 = 0$
C) $2007x^2 + 2005x + 2006 = 0$
D) $2006x^2 + 2007x + 2005 = 0$
E) $2007x^2 + 2006x + 2005 = 0$

49. Si una de las raíces de la cuadrática en x :

$$5x^2 - 2x = m(2x-1)(x-1)$$

Es un número imaginario ubicado en el tercer cuadrante del plano gausseano ¿A qué intervalo pertenece " m "?

- A) $\langle -2; -\sqrt{3} \rangle$
B) $\langle -2 - \sqrt{3}; -4 + 2\sqrt{3} \rangle$
C) $\langle -2; 4 \rangle$
D) $\langle -4; -2\sqrt{3} \rangle$
E) $\langle -4 - 2\sqrt{3}; -4 + 2\sqrt{3} \rangle$

50. Un profesor dicta una ecuación cuadrática a sus alumnos, uno de ellos se equivoca en el término independiente y obtiene como soluciones 8 y 2. Otro alumno se equivoca en el coeficiente del término lineal y obtiene como soluciones -9 y -1 ¿Cuál fue la ecuación dictada?

- A) $x^2 + 10x + 9 = 0$
B) $x^2 - 10x + 9 = 0$
C) $x^2 - 10x + 16 = 0$
D) $x^2 - 10x - 9 = 0$
E) $x^2 - 10x - 16 = 0$

51. En la ecuación:
- $x^3 - 7x + \lambda = 0$

Determinar un valor de λ tal que una de sus raíces sea el doble de la otra.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

52. Sean:
- $a; b; c$
- , raíces de la ecuación:

$$x^3 - 4x^2 + 2x + 4 = 0$$

Calcular:

$$E = \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

- A) 5 B) -5 C) -4
D) -7 E) 2

53. Si las raíces de la ecuación:

$$x^3 + mx^2 + nx + p = 0$$

son: $-1; 1; 2$. Hallar mnp .

- A) -4 B) -2 C) 1
D) 2 E) 4

54. Hallar la suma de los cuadrados de las raíces de la ecuación:

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$$

- A) 16 B) 4 C) 14
D) 6 E) 12

55. ¿Cuál es el orden de multiplicidad de la raíz 2 para el polinomio:

$$P(x) = x^5 - 6x^4 + 11x^3 - 2x^2 - 12x + 8?$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

56. Si
- $a; b; c$
- son las raíces de la ecuación:

$$7x^3 - 8x^2 - 5x + 4 = 0$$

Hallar el valor de:

$$E = a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}$$

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{8}{7}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

57. Determinar
- $a; b; c$
- de modo que:

$(x-1)(x-2)(x+1)$; sea un factor de:

$$x^5 + 2x^4 - 3x^3 - ax^2 + bx + c$$

Indicar: $2a - b + c$.

- A) 24 B) 28 C) 36
D) 38 E) 42

58. Resolver la ecuación:

$$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$$

Si la suma de sus raíces es la semisuma de las otras dos. Indicar la mayor raíz menos la menor raíz.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

59. Dos de las raíces de la ecuación:

$$5x^3 - 13x^2 + px + q = 0$$

son 2 y 3. Calcular: $p + q$.

- A) 16 B) 36 C) 42
D) 80 E) 90

60. En la ecuación:
- $3x^3 = 2 - 5x$

Si: $a; b; c$ son sus raíces.

Calcular: $K = a^3 + b^3 + c^3$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

61. Formar la ecuación de grado mínimo con coeficientes enteros que admita como raíces a: $1 + \sqrt{2}i$ y $2 - \sqrt{3}i$

A) $x^4 - 6x^3 - 18x^2 - 26x - 21 = 0$
 B) $x^4 - 6x^3 - 18x^2 - 26x + 21 = 0$
 C) $x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 26x + 21 = 0$
 D) $x^4 + 6x^3 + 18x^2 - 26x + 21 = 0$
 E) $x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 26x + 21 = 0$

62. Sabiendo que una raíz de:

$P(x) = x^3 + mx^2 + 11x + 6$; es: -2
 Entonces la suma de los cuadrados de las raíces restantes es:

A) 14 B) 10 C) 6
 D) 24 E) 36

63. Encontrar un polinomio de coeficientes enteros de mínimo grado que acepte como raíz a $\sqrt{5} + \sqrt[3]{3}$. Indicar como respuesta la suma de sus coeficientes.

A) 86 B) -24 C) -151
 D) 120 E) 96

64. En la ecuación: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Una de las raíces es negativa de otra. Se cumple entonces:

A) $b^2 = 4ac$ B) $b^2 < 4ac$ C) $ab = c$
 D) $a = bc$ E) $b = ac$

65. Sabiendo que: $\sqrt{3}$ y $1 - 2i$; son raíces del polinomio:

$P(x) = x^5 - x^4 + 8x^2 - 9x - 15$
 La suma de los cuadrados de las raíces reales restantes es:

A) 4 B) 3 C) 1
 D) 5 E) 6

66. Hallar un valor entero de "m" de manera que las raíces de la ecuación:

$x^3 + (m + 1)x^2 - m = 0$
 Están en progresión aritmética.

A) -2 B) 2 C) 1
 D) 5 E) 6

67. Si las raíces de: $P(x) = x^3 + 7x^2 - Kx - 27$ están en progresión geométrica; determinar el valor de "K".

A) 10 B) 17 C) 21
 D) -17 E) -21

68. Calcular: $a + b$, en la ecuación:

$x^3 + ax^2 + bx + 7 = 0$
 Para que una de sus raíces sea:
 $1 - 2\sqrt{2}$ (a y $b \in \mathbb{Q}$)

A) 2 B) 5 C) 8
 D) -8 E) -5

69. Si: $2 + i$, es una raíz doble de:

$x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 25 = 0$
 Hallar $(a + b + c + d + e)$
 ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$)

A) 17 B) 18 C) -17
 D) -18 E) 19

70. Sean los polinomios:

$P(x)$: el polinomio de menor grado con coeficientes racionales que tiene a $\sqrt{3}$ y $1 + i$; como raíces simples.
 $Q(x)$: el polinomio de menor grado con coeficientes reales que tiene a $\sqrt{3}$ y $1 + i$ como raíces simples. Luego podemos decir que:

A) Grado (P) = Grado (Q)
 B) Grado (P) = 3
 C) Grado (Q) = 4
 D) Grado (P) < Grado (Q)
 E) Grado (P) > Grado (Q)

71. Encontrar un polinomio $P(x)$ cuyas raíces sean las de: $P(x) = x^3 + x - 10$; aumentadas en 2.

A) $x^3 + 6x^2 - 13x - 20$
 B) $x^3 - 6x^2 + 13x - 20$
 C) $2x^3 + 2x - 1$
 D) $x^3 - 6x^2 - 13x - 20$
 E) $x^3 + 6x^2 + 13x - 20$

72. Si: "m" y $\frac{4}{5}$; son las raíces de la ecuación:

$ax^2 - bx + c = 0$; $a \neq 0$; formar otra ecuación de 2do. grado cuyas raíces sean: $\left(\frac{3-2m}{m}\right)$ y $\frac{7}{4}$

A) $cx^2 - (3b+4c)x - (a+2b-3c) = 0$; $c \neq 0$
 B) $cx^2 + (4c-3b)x + (9a-6b+4c) = 0$; $c \neq 0$
 C) $cx^2 - (b+5c)x - (3a+2b+5c) = 0$; $c \neq 0$
 D) $cx^2 + (5b-3c)x + (a+4b-3c) = 0$; $c \neq 0$
 E) $cx^2 - (5b+c)x + (a-b+c) = 0$; $c \neq 0$

73. Encontrar la ecuación cuyas raíces sean las de la ecuación:

$$x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 1 = 0$$

Disminuidas en 1.

A) $x^5 - 5x^4 + 7x^2 + x - 1 = 0$
 B) $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - x^2 + 1 = 0$
 C) $x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 1 = 0$
 D) $x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 1 = 0$
 E) $x^5 - x^4 + 6x^3 - x^2 + 1 = 0$

74. Para transformar la ecuación:

$$2x^3 + 12x^2 + 5x - 7 = 0$$

En otra que no posea término cuadrático "x" debe reemplazarse por:

A) $x-1$
 B) $x-2$
 C) $x-3$
 D) $x-4$
 E) No es posible esa transformación

75. Hallar la ecuación cuyas raíces sean los cuadrados de las raíces de:

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$$

Dar como respuesta la suma de sus coeficientes.

A) 13 B) 12 C) 11
 D) 10 E) 9

76. Sea la función:

$$F(x) = \frac{1}{(x^3 - 1)^2} \text{ y la ecuación:}$$

$$x^3 - 3x - 1 = 0; \text{ de raíces } a; b \text{ y } c.$$

Calcular: $S = F(a) + F(b) + F(c)$.

A) 1 B) 3 C) $\frac{1}{3}$
 D) 9 E) -1

77. ¿Cuántas raíces reales tiene la ecuación: $x^3 - 27x - 50 = 0$?

A) 0
 B) 1
 C) 2
 D) 3
 E) No se puede determinar

78. ¿Cuántas raíces complejas tiene la ecuación: $2x^3 - 5x^2 + 6x - 6 = 0$?

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

79. Si "a" es raíz de la ecuación:

$$x^4 + 3x - 15 = 0$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) $a \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ B) $a \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$
C) $a \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$
D) $a \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$ E) $a \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$

80. Construir un polinomio con coeficientes racionales de grado mínimo que tenga como raíces: $2; 1 - \sqrt{5}$ y $2i$

A) $x^5 - 4x^4 - 4x^3 - 8x^2 - 32x + 32$
B) $x^5 + 4x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 32x - 32$
C) $x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 8x^2 + 32x - 32$
D) $x^5 + 4x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 32x + 32$
E) $x^5 - 4x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 32$

81. El siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 10x^2 + 21x + 9$$

presenta:

A) 5 raíces diferentes.
B) 2 raíces de multiplicidad dos.
C) 1 raíz de multiplicidad dos y otra de multiplicidad tres.
D) 1 raíz de multiplicidad cuatro.
E) 1 raíz de multiplicidad cinco.

82. Indicar la menor raíz de la ecuación:

$$x^3 - 13x^2 + 15x + 189 = 0$$

A) -3 B) -9 C) -7
D) 7 E) 9

83. Dado el polinomio:

$$F(x) = x^5 - 2x^4 - 6x^3 + mx^2 + nx + p$$

si $F(-1) = F(1) = F(3) = 0$. Calcular: $m + n - p$.

A) 19 B) 17 C) 9
D) 7 E) 0

84. Determine un polinomio $P(x)$ mónico de tercer grado que acepte como raíces $a - 3$ y -2 . Además $x_0 = 1$ es raíz de la ecuación $P(x) = -36$ indicar como respuesta el menor coeficiente de $P(x)$.

A) 1 B) -1 C) 14
D) -24 E) -14

85. Si $x_0 = 2 - \sqrt{3}$ es una raíz del polinomio:

$$P(x) = 6x^4 - 13x^3 - 35x^2 - x + a; a \in \mathbb{Q}$$

Calcular la suma de las raíces racionales aumentado en "a".

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{11}{6}$ C) $\frac{7}{6}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{8}$

86. Si $x_0 = 2 + \sqrt{3}i$ es una raíz del siguiente polinomio definido en $\mathbb{R}$.

$$F(x) \equiv x^4 - 4x^2 + ax + b$$

Calcular la suma de cuadrados de sus raíces.

A) -6 B) -4 C) 0
D) 4 E) 8

87. Resolver la ecuación:

$$12x^4 - 4x^3 - 41x^2 - 4x + 12 = 0$$

y dar como respuesta la suma de sus dos raíces reales positivas.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{3}$
D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{8}$

88. Calcular la suma de las raíces reales de la ecuación:

$$2x^5 - 7x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 7x - 2 = 0$$

- A) -4 B) -2 C) 0
D) 2 E) 4

89. Sean
- x_1, x_2
- y
- x_3
- raíces de la ecuación:

$$x^3 - 5x + 12 = 0. \text{ Calcular:}$$

$$E = \frac{x_1^2 + 2}{x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$$

- A) $\frac{53}{12}$ B) $\frac{65}{12}$ C) $\frac{61}{12}$
D) $\frac{67}{12}$ E) $\frac{5}{12}$

90. Si: a, b y c son raíces del polinomio:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$$

calcular: $P(a^3 + b^3 + c^3)$

- A) -36 B) 42 C) -98
D) 36 E) 38

91. Dada la cúbica en "x":

$$x^3 + (m+2)x^2 + (m^2-3)x + m^3 + 2 = 0$$

Determinar el valor de "m" de modo que la suma de los cuadrados de las tres raíces de la ecuación sea máximo.

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

92. Si el polinomio:
- $P(x) = x^3 + 3x^2 + 9$
- verifica que:
- $P(a) = P(b) = P(c) = 0$
- . Calcular:

$$P\left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab}\right)$$

- A) 13 B) 12 C) 11
D) 10 E) 8

93. En la siguiente ecuación:

$$(5m^2 + 2)x^4 - (4m^4 + 9)x^2 + 3(m^2 + 2) = 0$$

El producto de las raíces es igual a uno. Determinar la raíz de mayor valor absoluto.

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

94. Si:
- x_1, x_2, x_3, x_4
- son las raíces de la ecuación:
- $ax^4 + 4x^2 + b = 0$
- , tal que:

$$I. (x_2 \cdot x_4)^{-1} + (x_1 \cdot x_3)^{-1} = 2$$

$$II. x_1 = -x_3$$

Calcular el valor de "b".

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

95. Si
- $m \in (a; b]$
- y las raíces de la ecuación de incógnita x:

$$x^4 + mx^2 - 2m^2 + 1 = 0$$

son todas reales. Calcular $(ab)^2$

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{9}$
D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

96. Un valor de
- x
- en:

$$\frac{(x-5)(x+3)}{3(x-6)(x+4)} + \frac{(x-10)(x-2)}{5(x-7)(x-5)} = \frac{8}{15}$$

es:

- A) 5 B) 5,5 C) 5,2
D) 5,9 E) 5,7

97. Calcular el producto de las soluciones de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{1+\sqrt{1-x^4}} = \frac{\sqrt{2+2x^2+1}}{2}$$

- A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) -1 E) -2

98. Un valor de
- x
- en:

$$\sqrt[3]{\sqrt{x+1}} - \sqrt[3]{\sqrt{x-1}} = \sqrt[3]{x-1} \text{ es:}$$

- A) 1 B) 1,25 C) 2,50
D) 1,75 E) 3

99. Determinar el intervalo al cual pertenece "k" si la ecuación:

$$x^4 + (1-k)x^2 + 2(k-3) = 0$$

tiene sólo 2 raíces reales.

- A) $(-\infty; 3)$ B) $(-\infty; 6)$ C) $(6; \infty)$
D) $(1; 4)$ E) $(3; \infty)$

100. Si "m" es un número real de modo que el polinomio:
- $P(x) \equiv x^3 - 3x + m$
- . Tiene dos raíces reales diferentes. Calcular la suma de todos los valores que asume "m".

- A) -1 B) -2 C) 0
D) 2 E) 1

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Se tiene:

$$\frac{8x-3}{2} = \frac{6-8x+2}{3}$$

$$3(8x-3) = 2(6-8x)$$

$$24x - 9 = 12 - 16x$$

$$40x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{40}$$

$$\therefore CS = \left\{ \frac{21}{40} \right\}$$

Rpta.: A**Resolución 2:**

Se tiene:

$$\frac{2x+2}{15} = \frac{x-6}{4}$$

$$8x + 8 = 15x - 90$$

$$98 = 7x \Rightarrow x = 14$$

$$\therefore CS = \{14\}$$

Rpta.: D**Resolución 3:**

Multiplicando a ambos miembros por 6 (MCM de los denominadores).

$$3(x-1) - 6(x-3) = 2(x+3) + 1$$

$$3x - 3 - 6x + 18 = 2x + 6 + 1$$

$$-3x + 15 = 2x + 7$$

$$8 = 5x \Rightarrow x = \frac{8}{5}$$

$$\therefore CS = \left\{ \frac{8}{5} \right\}$$

Rpta.: C

Resolución 4: Multiplicando a ambos miembros por 60 (MCM de los denominadores) se tendrá:

$$6(2x - 1) - 20(3x + 2) - 6(x - 2) = -12$$

$$3(2x - 1) - 10(3x + 2) - 3(x - 2) = -6$$

$$6x - 3 - 30x - 20 - 3x + 6 = -6$$

$$-27x - 17 = -6$$

$$-11 = 27x$$

$$\therefore x = -\frac{11}{27}$$

Rpta.: A

Resolución 5: Se tiene:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 \right] - 1 \right] - 1 = 2$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 \right] - 1 \right] = 3$$

Efectuando tenemos: $\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 \right] - 1 = 6$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 \right] = 7$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 = 14$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) = 15$$

$$\frac{1}{2}x - 1 = 30$$

$$\frac{1}{2}x = 31 \Rightarrow x = 62$$

$$\therefore CS = \{62\}$$

Rpta.: B

Resolución 6: Se tiene:

$$\frac{cx + ax + bx}{abc} = \frac{bc + ac + ab}{abc}$$

Simplificando:

$$cx + ax + bx = bc + ac + ab$$

$$(a + b + c)x = ab + ac + bc$$

$$\therefore x = \frac{ab + ac + bc}{a + b + c}$$

Rpta.: C

Resolución 7:

Se tiene:

$$\frac{a^2(a-x) - b^2(b+x)}{ab} = x$$

$$a^3 - a^2x - b^3 - b^2x = abx$$

$$a^3 - b^3 = a^2x + b^2x + abx$$

Producto notable: $(a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = (a^2 + b^2 + ab) \cdot x$

$$\frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a^2 + b^2 + ab} = x$$

$$\therefore x = a - b$$

Rpta.: B**Resolución 8:**

Reescribiendo la ecuación:

$$\frac{x+a}{a-b} - \frac{2(x-b)}{a-b} = \frac{x+b}{a+b} - \frac{x-a}{a+b}$$

$$\frac{x+a-2x+2b}{a-b} = \frac{x+b-x+a}{a+b}$$

$$\frac{a+2b-x}{a-b} = \frac{a+b}{a+b}$$

$$\frac{a+2b-x}{a-b} = 1$$

$$a+2b-x = a-b \Rightarrow a+2b-a+b = x$$

$$\therefore x = 3b$$

Rpta.: D**Resolución 9:**

Se tiene:

$$\frac{a}{b} - \frac{a^2}{bx} + \frac{b}{a} - \frac{b^2}{ax} = 1$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1 = \frac{a^2}{bx} + \frac{b^2}{ax}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - ab}{ab} = \frac{a^3 + b^3}{abx}$$

De donde tenemos: $(a^2 + b^2 - ab) \cdot x = a^3 + b^3$

$$(a^2 + b^2 - ab) \cdot x = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$\therefore x = a + b$$

Rpta.: D

Resolución 10: Dando MCM al denominador:

$$\frac{40 - 20x + 45 - 15x + 48 - 12x + 50 - 10x + 45}{60} = 0$$

Reduciendo: $228 - 57x = 0$

$$228 = 57x$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: D

Resolución 11: Reescribiendo así:

$$\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{a+c} + \frac{x-c}{a+b} = 1 + 1 + 1$$

$$\frac{x-a}{b+c} - 1 + \frac{x-b}{a+c} - 1 + \frac{x-c}{a+b} - 1 = 0$$

$$\frac{x-a-b-c}{b+c} + \frac{x-a-b-c}{a+c} + \frac{x-a-b-c}{a+b} = 0$$

Factorizando: $(x-a-b-c) \left[\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} \right] = 0$

De donde: $x - a - b - c = 0$

$$\therefore x = a + b + c$$

Rpta.: A

Resolución 12: Se tiene:

$$\frac{(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3}{(x-a)(x-b)(x-c)} = 3$$

$$(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 = 3(x-a)(x-b)(x-c)$$

De donde se cumple que:

$$(x-a) + (x-b) + (x-c) = 0$$

$$3x = a + b + c$$

$$\therefore x = \frac{a+b+c}{3}$$

Rpta.: A

Resolución 13: Se tiene:

$$\frac{a+bx}{ab} = \frac{ax+2b}{(a+b)b} + \frac{bx}{(a+b)a}$$

$$\frac{a+bx}{ab} = \frac{a^2x+2ab+b^2x}{(a+b)ab}$$

Simplificando:

$$(a+bx).(a+b) = a^2x+2ab+b^2x$$

$$a^2+ab+abx+b^2x = a^2x+2ab+b^2x$$

$$a^2+ab-2ab = a^2x+b^2x-abx-b^2x$$

Reduciendo:

$$a^2-ab = a^2x-abx$$

$$a^2-ab = (a^2-ab)x$$

$$\frac{a^2-ab}{a^2-ab} = x$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: D**Resolución 14:** Se tiene:

$$\frac{a(x-a)+b(x-b)+c(x-c)}{abc} = 2 \left(\frac{ab+ac+bc}{abc} \right)$$

$$ax-a^2+bx-b^2+cx-c^2 = 2(ab+ac+bc)$$

$$ax+bx+cx = \frac{a^2+b^2+c^2+2(ab+ab+bc)}{}$$

Trinomio al cuadrado

$$(a+b+c) \cdot x = (a+b+c)^2$$

$$x = \frac{(a+b+c)^2}{a+b+c}$$

$$\therefore x = a+b+c$$

Rpta.: C**Resolución 15:** Se tiene:

$$\frac{2ax+a^2+bx-b^2}{ab} = \frac{3ax+a^2-2ab+b^2}{ab}$$

$$2ax+a^2+bx-b^2 = 3ax+a^2-2ab+b^2$$

$$bx+2ax-3ax = a^2-2ab+b^2-a^2+b^2$$

$$bx-ax = 2b^2-2ab$$

$$(b-a)x = (b-a) \cdot 2b$$

$$\therefore x = 2b$$

Rpta.: D

Resolución 16: Transponiendo términos:

$$\frac{x-1}{x+a-b} + \frac{x-1}{x-a+b} = 2$$

$$(x-1) \cdot \left[\frac{1}{x+a-b} + \frac{1}{x-a+b} \right] = 2$$

$$(x-1) \cdot \left[\frac{2x}{(x+a-b)(x-a+b)} \right] = 2$$

Simplificando:

$$(x-1) \cdot x = (x+a-b)(x-a+b)$$

$$x^2 - x = x^2 - (a-b)^2$$

$$-x = -(a-b)^2$$

$$\therefore x = (a-b)^2$$

Rpta.: D**Resolución 17:** Se cumple que:

$$x \neq 2; x \neq 3; x \neq 4, \text{ ahora:}$$

$$\frac{x-4+x-2+x-3}{(x-2)(x-3)(x-4)} = 0$$

Simplificando:

$$3x-9=0 \Rightarrow x=3$$

Pero:

$$x \neq 3$$

$$\therefore CS = \emptyset$$

Rpta.: E**Resolución 18:** Se tiene:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{x-1} + 1$$

Al cuadrado:

$$(\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{x-1} + 1)^2$$

$$x+1 = x-1 + 2\sqrt{x-1} + 1$$

$$x+1 = x + 2\sqrt{x-1}$$

$$1 = 2\sqrt{x-1}$$

Al cuadrado:

$$1 = 4(x-1)$$

$$1 = 4x - 4$$

$$5 = 4x \Leftrightarrow \frac{5}{4} = x$$

Verificando que $x = \frac{5}{4}$ cumple la igualdad inicial:

$$\therefore x = \frac{5}{4}$$

Rpta.: C

Resolución 19:La ecuación dada es: $\sqrt[3]{14+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{14-\sqrt{x}} = 4$

Elevando al cubo por la equivalencia de Cauchy se tendrá:

$$\begin{aligned}(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{14-\sqrt{x}})^3 &= (4)^3 \\28 + 3\sqrt[3]{(14+\sqrt{x})(14-\sqrt{x})} \cdot (4) &= 64 \\28 + 12\sqrt[3]{(14)^2 - (\sqrt{x})^2} &= 64 \\12\sqrt[3]{196-x} &= 36 \\\sqrt[3]{196-x} &= 3\end{aligned}$$

Elevando al cubo: $196 - x = 27$

$$196 - 27 = x$$

$$\therefore x = 169$$

Rpta.: C**Resolución 20:**

Se tiene:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-4a}}{\sqrt{x} - \sqrt{x-4a}} = a$$

Por proporciones:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-4a}} = \frac{a+1}{a-1}$$

Elevando al cuadrado:

$$\frac{x}{x-4a} = \frac{(a+1)^2}{(a-1)^2}$$

Por proporciones:

$$\frac{2x-4a}{4a} = \frac{(a+1)^2 + (a-1)^2}{(a+1)^2 - (a-1)^2}$$

Por Legendre:

$$\frac{2(x-2a)}{4a} = \frac{2(a^2+1^2)}{4a}$$

Simplificando:

$$x-2a = a^2+1 \Rightarrow x = a^2+1+2a$$

$$\therefore x = (a+1)^2$$

Rpta.: C**Resolución 21:**

La ecuación dada es:

$$\frac{x^2-6x+10}{x^2+8x+17} = \frac{x^2-6x+9}{x^2+8x+16}$$

Por proporciones:

$$\begin{aligned}\frac{x^2-6x+10-(x^2-6x+9)}{x^2+8x+17-(x^2+8x+16)} &= \frac{x^2-6x+9}{x^2+8x+16} \\ \frac{10-9}{17-16} &= \frac{x^2-6x+9}{x^2+8x+16} \\ 1 &= \frac{x^2-6x+9}{x^2+8x+16}\end{aligned}$$

De donde tenemos: $x^2+8x+16 = x^2-6x+9$

$$14x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore CS = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

Rpta.: C

Resolución 22: La ecuación dada es:
$$\frac{1 + \frac{x+1}{x+1}}{\frac{x-1}{x+1} - \frac{x-1}{x+1}} = 2$$

Observar que: $x \neq 1; x \neq -1$

$$\frac{\frac{x-1+x+1}{x-1}}{\frac{x-1}{(x+1)^2 - (x-1)^2}} = 2$$

$$\frac{2x(x+1)}{4x} = 2$$

$$x+1=4$$

$$\therefore x=3$$

Rpta.: B

Resolución 23: Se tiene: $\sqrt{3x-2} - \sqrt{4x-3} = \sqrt{2x-1} - \sqrt{5x-4}$

Por condición de existencia en $\mathbb{R}$:

$$\left. \begin{aligned} 3x-2 &\geq 0 \rightarrow x \geq \frac{2}{3} \\ 2x-1 &\geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 5x-4 &\geq 0 \rightarrow x \geq \frac{4}{5} \\ 4x-3 &\geq 0 \rightarrow x \geq \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \text{Intersecando: } x \geq \frac{4}{5}$$

Elevando al cuadrado tenemos:

$$(\sqrt{3x-2} - \sqrt{4x-3})^2 = (\sqrt{2x-1} - \sqrt{5x-4})^2$$

$$7x-5-2\sqrt{(3x-2)(4x-3)} = 7x-5-2\sqrt{(2x-1)(5x-4)}$$

Simplificando tenemos:

$$(3x-2)(4x-3) = (2x-1)(5x-4)$$

$$12x^2 - 17x + 6 = 10x^2 - 13x + 4$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

De donde tenemos: $x-1=0 \Rightarrow x=1$

$$\therefore CS = \{1\}$$

Rpta.: A

Resolución 24:

Se tiene:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{3}{x-2} = \frac{x}{x^2-4} + \frac{5x}{x^2-4}$$

Observar que:

$$x \neq -2 \text{ y } x \neq 2, 1$$

$$\frac{3x-6-3x-6}{x^2-4} = \frac{6x}{x^2-4}$$

$$-12 = 6x \Rightarrow x = -2$$

Pero $x \neq -2$, luego no existe x . $\therefore$ La ecuación es incompatible.**Rpta.: D****Resolución 25:**

Observar que:

 $x \neq 2; x \neq 4; x \neq 3 \text{ y } x \neq 1$, luego:

$$\frac{(x-1)(x-4) - (x-3)(x-2)}{(x-2)(x-4)} = \frac{(x-4)(x-1) - (x-3)(x-2)}{(x-3)(x-1)}$$

$$\frac{x^2 - 5x + 4 - (x^2 - 5x + 6)}{x^2 - 6x + 8} = \frac{x^2 - 5x + 4 - (x^2 - 5x + 6)}{x^2 - 4x + 3}$$

$$\frac{-2}{x^2 - 6x + 8} = \frac{-2}{x^2 - 4x + 3}$$

Simplificando:

$$x^2 - 6x + 8 = x^2 - 4x + 3$$

$$5 = 2x \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore CS = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

Rpta.: B**Resolución 26:**

Se tiene:

$$\frac{(6x+2a)+(3b+c)}{(6x+2a)-(3b+c)} = \frac{(2x+6a)+(b+3c)}{(2x+6a)-(b+3c)}$$

Por proporciones:

$$\frac{A+B}{A-B} = \frac{C+D}{C-D} \leftrightarrow \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

$$\frac{6x+2a}{3b+c} = \frac{2x+6a}{b+3c}$$

Por artificio:

$$\frac{6x+2a}{3b+c} = \left(\frac{2x+6a}{b+3c} \right) \left(\frac{3}{3} \right)$$

$$\frac{6x+2a}{3b+c} = \frac{6x+18a}{3b+9c}$$

Por proporciones:

$$\frac{6x+2a}{3b+c} = \frac{6x+18a-6x-2a}{3b+9c-3b-c}$$

$$\frac{6x+2a}{3b+c} = \frac{16a}{8c}$$

$$\frac{6x+2a}{3b+c} = \frac{2a}{c}$$

$$6cx + 2ac = 6ab + 2ac$$

$$6cx = 6ab$$

$$\therefore x = \frac{ab}{c}$$

Rpta.: D

Resolución 27: Se tiene: $\frac{mx+n}{x} = m\sqrt{\frac{x}{mx+n}} ; m \in \mathbb{Z}^+$

Hagamos que: $\frac{mx+n}{x} = b$

Luego tenemos: $b = m\sqrt{\frac{1}{b}} \leftrightarrow b^m = \frac{1}{b}$
 $b^{m+1} = 1$

Como $m \in \mathbb{Z}^+$, entonces:

$$b = 1$$

De donde tenemos: $\frac{mx+n}{x} = 1 ; x \neq 0$

$$mx+n=x \leftrightarrow n=x-mx$$

$$n=(1-m)x \leftrightarrow (1-m)x=n$$

$$\therefore x = \frac{n}{1-m}$$

Rpta.: D

Resolución 28: Hagamos: $\sqrt[3]{7+\sqrt{x}} = a$ y $\sqrt[3]{7-\sqrt{x}} = b$

De donde se obtiene:

$$\sqrt[3]{49-x} = ab$$

Ahora la ecuación será:

$$a - ab + b = 1$$

Factorizando tenemos:

$$a - ab + b - 1 = 0$$

$$a(1-b) - (1-b) = 0$$

$$(1-b) \cdot (a-1) = 0$$

Ahora hemos conseguido: $a = 1$ ó $b = 1$

Como: $a = 1$, se tiene:

$$\sqrt[3]{7+\sqrt{x}} = 1$$

$$7+\sqrt{x} = 1$$

$$\sqrt{x} = -6 \quad \text{¡ No existe solución !}$$

Como: $b = 1$, se tiene:

$$\sqrt[3]{7-\sqrt{x}} = 1$$

$$7-\sqrt{x} = 1$$

$$6 = \sqrt{x}$$

$$36 = x$$

$\therefore$ Suma de cifras de $x = 9$

Rpta.: A

Resolución 29: Multiplicando a cada miembro por $\sqrt{bc}$:

$$x(x-2a) + \sqrt{b}(a-x) - \sqrt{c}(a-x) = \sqrt{bc} - a^2$$

$$x^2 - 2ax + a\sqrt{b} - \sqrt{b}x - a\sqrt{c} + \sqrt{c}x - \sqrt{bc} + a^2 = 0$$

$$x^2 - 2ax - \sqrt{b}x + \sqrt{c}x + a\sqrt{b} - a\sqrt{c} - \sqrt{bc} + a^2 = 0$$

$$x^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{b} - 2a)x + \underbrace{(a\sqrt{b} - a\sqrt{c} - \sqrt{bc} + a^2)}_{*} = 0$$

Factorizando *:

$$\begin{aligned} & a\sqrt{b} - a\sqrt{c} - \sqrt{bc} + a^2 \\ & \sqrt{b} \cdot (a - \sqrt{c}) + a \cdot (a - \sqrt{c}) \\ & (a - \sqrt{c}) \cdot (a + \sqrt{b}) \end{aligned}$$

Ahora en la ecuación se tendrá:

$$x^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{b} - 2a)x + (a - \sqrt{c})(a + \sqrt{b}) = 0$$

$$[x - (a - \sqrt{c})] \cdot [x - (a + \sqrt{b})] = 0$$

De donde:

$$x = a - \sqrt{c} \quad \text{ó} \quad x = a + \sqrt{b}$$

$$\therefore \text{CS} = \{a - \sqrt{c}; a + \sqrt{b}\}$$

Rpta.: C

Resolución 30:

Se tiene: $\sqrt{x-2} = 4-x$

Por existencia en $\mathbb{R}$: $x-2 \geq 0 \wedge 4-x \geq 0$

$$x \geq 0 \wedge x \leq 4$$

De donde obtenemos: $2 \leq x \leq 4$

Ahora en la ecuación: $\sqrt{x-2} = 4-x$

Elevando al cuadrado: $x-2 = 16 + x^2 - 8x$

$$0 = x^2 - 9x + 18$$

Factorizando por aspa simple: *

$$(x-6)(x-3) = 0$$

$$x = 6 \quad \text{ó} \quad x = 3$$

Pero $2 \leq x \leq 4$, luego:

$$x = 3$$

$\therefore$ Existe sólo una raíz real.

Rpta.: D

Resolución 31: Se pide: $K = x_1(x_1^2 + 1) + (x_2^2 + 1)x_2$
 $K = (x_1^3 + x_2^3) + (x_1 + x_2)$
 La ecuación es: $x^2 - 3x + 1 = 0$
 Por propiedad: $x_1 + x_2 = 3$ y $x_1x_2 = 1$
 Hallemos $x_1^3 + x_2^3$: $x_1 + x_2 = 3 \rightarrow (x_1 + x_2)^3 = (3)^3$
 $x_1^3 + x_2^3 + 3(x_1x_2)(x_1 + x_2) = 27$
 $x_1^3 + x_2^3 + 3(1)(3) = 27$
 $x_1^3 + x_2^3 + 9 = 27 \rightarrow x_1^3 + x_2^3 = 18$
 Finalmente: $K = 18 + 3$
 $\therefore K = 21$

Rpta.: B

Resolución 32: Se pide: $K = m^{-2} + n^{-2}$
 $K = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \rightarrow K = \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}$
 Transformando: $K = \frac{(m+n)^2 - 2(mn)}{(mn)^2}$
 La ecuación dada es:
 $ax^2 + bx + c = 0$
 Por propiedad tenemos:
 $m + n = -\frac{b}{a}$ y $mn = \frac{c}{a}$
 Reemplazando tenemos:

$$K = \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right)}{\left(\frac{c}{a}\right)^2}$$

$$K = \frac{\frac{b^2}{a^2} - \frac{2ac}{a^2}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

$$\therefore K = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

Rpta.: A

Resolución 33: Por condición: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12}$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{5}{12}$$

La ecuación dada es:

$$x^2 - nx + 36 = 0$$

Por propiedad tenemos:

$$x_1 + x_2 = n \quad y \quad x_1 x_2 = 36$$

Ahora en la condición:

$$\frac{n}{36} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore n = 15$$

Rpta.: B

Resolución 34: La ecuación dada es:

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

Por la fórmula tenemos:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Por condición: $m = -3; n = 17 \quad y \quad p = 2$

$$\therefore \sqrt{m+n+p} = 4$$

Rpta.: C

Resolución 35: La ecuación es: $3x^2 + mx + m + 1 = 0$

Por condición $x = -2$: $3(-2)^2 + m(-2) + m + 1 = 0$

$$12 - 2m + m + 1 = 0$$

$$13 - m = 0$$

$$\therefore m = 13$$

Rpta.: C

Resolución 36: La ecuación dada es:

$$(n-3)x^2 + (n+1)x - 8 = 0$$

Por condición tenemos:

$$n-3=0 \rightarrow n=3$$

Ahora la ecuación de primer grado es:

$$4x-8=0$$

$$x=2$$

$$\therefore n+x=5$$

Rpta.: B

Resolución 37: Se pide:

$$K = \frac{(3x_1+1)(3x_2+1)}{(2x_1-9)(2x_2-9)}$$

Efectuando:

$$K = \frac{9(x_1x_2) + 3(x_1+x_2) + 1}{4(x_1x_2) - 18(x_1+x_2) + 81}$$

La ecuación es:

$$5x^2 - 23x + 11 = 0$$

Por propiedad:

$$x_1+x_2 = \frac{23}{5} \quad y \quad x_1x_2 = \frac{11}{5}$$

Reemplazando:

$$K = \frac{\frac{99}{5} + \frac{69}{5} + 1}{\frac{44}{5} - \frac{414}{5} + 81} = \frac{\frac{173}{5}}{\frac{35}{5}}$$

$$\therefore K = \frac{173}{35}$$

Rpta.: A

Resolución 38: La ecuación dada es:

$$x^2 - 2(m^2 - 4m)x + m^4 = 0,$$

Por condición tenemos:

$$\Delta = 0 \wedge m \neq 0$$

Sólo con el discriminante:

$$[-2(m^2 - 4m)]^2 - 4(1)(m^4) = 0$$

$$4m^2(m-4)^2 - 4m^4 = 0$$

$$4m^2[(m-4)^2 - m^2] = 0$$

De donde como $m \neq 0$:

$$(m-4)^2 - m^2 = 0$$

$$m^2 - 8m + 16 - m^2 = 0$$

$$16 = 8m$$

$$\therefore m = 2$$

Rpta.: B

Resolución 39: La ecuación dada es:

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Por propiedad tenemos:

$$\alpha + \theta = 2 \quad \text{y} \quad \alpha\theta = -5$$

Por productos notables:

$$\alpha^2 + \theta^2 = 14$$

La ecuación buscada será:

$$x^2 - sx + p = 0$$

Donde: $S = \alpha^2 + \theta^2$ y $P = \alpha\theta$ Es decir: $S = 14$ y $P = -5$

$$\therefore \text{EC: } x^2 - 14x + 25 = 0$$

Rpta.: C**Resolución 40:** La ecuación dada es: $x^2 - (2m + 10)x + 20m = 0$

Factorizando tenemos:

$$(x - 2m) \cdot (x - 10) = 0$$

De donde podemos notar que:

$$x = 10; \quad x = 2m$$

La condición se cumplirá si:

$$2m > 12$$

$$\therefore m > 6$$

Rpta.: E**Resolución 41:** Se tiene:

$$x - 1 = \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$$

Por artificio tenemos:

$$x - 1 = \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + x - 1}}$$

$$x - 1 = \frac{1}{3 + \frac{1}{x + 1}}$$

$$x - 1 = \frac{x + 1}{3x + 4}$$

$$(x - 1)(3x + 4) = x + 1$$

$$3x^2 + x - 4 = x + 1$$

$$\therefore 3x^2 - 5 = 0$$

Rpta.: B

Resolución 42:

Se pide calcular:

$$K = [(x_1 + 3)(x_2 + 3)][(x_1 + 5)(x_2 + 5)]$$

$$K = [x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9][x_1 x_2 + 5(x_1 + x_2) + 25]$$

La ecuación dada es:

$$x^2 + 3x + 3 = 0$$

Por propiedad tenemos:

$$x_1 + x_2 = -3 \quad y \quad x_1 x_2 = 3$$

Reemplazando obtenemos:

$$K = [3 - 9 + 9][3 - 15 + 25]$$

$$K = (3)(13)$$

$$\therefore K = 39$$

Rpta.: A

Resolución 43:

La ecuación dada es:

$$4x^2 + (\gamma + 2)x + (10 - 3\gamma) = 0$$

Por condición tenemos:

$$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$$

Por propiedad:

$$-\frac{\gamma + 2}{4} = \frac{10 - 3\gamma}{4}$$

$$-\gamma - 2 = 10 - \gamma$$

$$2\gamma = 12$$

$$\therefore \gamma = 6$$

Rpta.: A

Resolución 44:

La ecuación dada es:

$$\frac{mx + 2}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} = 3$$

Observar que: $x \neq 1$ y $x \neq -1$, luego efectuando:

$$\frac{(mx + 2)(x - 1) + 2(x + 1)}{(x + 1)(x - 1)} = 3$$

$$\frac{mx^2 + 2x - mx - 2 + 2x + 2}{x^2 - 1} = 3$$

$$mx^2 + (4 - m)x = 3x^2 - 3$$

$$(m - 3)x^2 + (4 - m)x + 3 = 0$$

Por condición tenemos:

$$m - 3 = 0$$

$$\therefore m = 3$$

Rpta.: C

Resolución 45: La ecuación dada es:

$$x^2 - (m+3)x + \left(\frac{m^2}{4} + 1\right) = 0$$

Por condición tenemos:

$$x_1 - x_2 = 2$$

Por propiedad se tiene:

$$x_1 + x_2 = m + 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2}{4} + 1$$

Por la equivalencia de Legendre:

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4(x_1 \cdot x_2)$$

$$(m+3)^2 - (2)^2 = 4\left(\frac{m^2}{4} + 1\right)$$

$$m^2 + 6m + 9 - 4 = m^2 + 4$$

$$6m + 5 = 4$$

$$\therefore m = -\frac{1}{6}$$

Rpta.: B**Resolución 46:** La ecuación dada es:

$$(k-1)x^2 + (5-2k)x + (4k+5) = 0$$

Por ser sus raíces recíprocas:

$$x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$\frac{4k+5}{k-1} = 1$$

$$4k+5 = k-1$$

$$3k = -6 \rightarrow k = -2$$

Ahora la ecuación es:

$$-3x^2 + 9x - 3 = 0$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Por propiedad tenemos:

$$x_1 + x_2 = 3 \quad y \quad x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$(x_1 + x_2)^2 = (3)^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 x_2) = 9$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2 = 9$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 7$$

Rpta.: D

Resolución 47: Se cumple: $\frac{2m+1}{n+2} = \frac{3m-1}{2n+1} = -2$

Con: $\frac{2m+1}{n+2} = -2 \rightarrow 2m+1 = -2n-4$
 $2m = -2n-5$
 $m = \frac{-2n-5}{2} \dots\dots\dots(I)$

Con: $\frac{3m-1}{2n+1} = -2 \rightarrow 3m-1 = -4n-2$
 $3m = -4n-1$
 $m = \frac{-4n-1}{3} \dots\dots\dots(II)$

Igualando (I) y (II):

$\frac{-2n-5}{2} = \frac{-4n-1}{3}$
 $6n+15 = 8n+2$
 $13 = 2n$
 $\frac{13}{2} = n \dots\dots\dots(III)$

Reemplazando (III) en (I):

$m = \frac{-13-5}{2}$
 $m = -9$
 $\therefore n-m = \frac{31}{2}$

Rpta.: C

Resolución 48: Si las raíces de la ecuación son α y γ , la ecuación de raíces $\frac{1}{\alpha}$ y $\frac{1}{\gamma}$ (raíces recí-

procas) se obtendrá cambiando x por $\frac{1}{x}$ en la ecuación dada, veamos:

$2005x^2 + 2006x + 2007 = 0$
 $2005\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 2006\left(\frac{1}{x}\right) + 2007 = 0$
 $\frac{2005}{x^2} + \frac{2006}{x} + 2007 = 0$

Multiplicando por x^2 :

$2005 + 2006x + 2007x^2 = 0$
 $\therefore EC: 2007x^2 + 2006x + 2005 = 0$

Rpta.: E

Resolución 49: La ecuación es:

$$5x^2 - 2x = m(2x^2 - 3x + 1)$$

$$5x^2 - 2mx^2 - 2x + 3mx - m = 0$$

$$(5 - 2m)x^2 + (3m - 2)x - m = 0$$

Por condición:

$$\Delta < 0$$

$$(3m - 2)^2 - 4(5 - 2m)(-m) < 0$$

$$9m^2 - 12m + 4 + 4m(5 - 2m) < 0$$

$$9m^2 - 12m + 4 - 8m^2 + 20m < 0$$

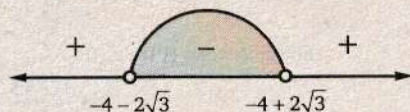
$$m^2 + 8m + 4 < 0$$

$$(m + 4)^2 - 12 < 0$$

Diferencia de cuadrados:

$$(m + 4 + \sqrt{12})(m + 4 - \sqrt{12}) < 0$$

$$(m + 4 + 2\sqrt{3})(m + 4 - 2\sqrt{3}) < 0$$



$$\therefore m \in (-4 - 2\sqrt{3}; -4 + 2\sqrt{3})$$

Rpta.: E**Resolución 50:** Sea la ecuación dictada:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

I. Si el error se comete en el término independiente, las raíces son 8 y 2, luego se cumple:

$$ax^2 + bx + c_0 \equiv x^2 - 10x + 16$$

II. Si el error se comete en el coeficiente del término lineal, las raíces son -9 y -1, luego se cumple:

$$ax^2 + b_0x + c \equiv x^2 + 10x + 9$$

De (I) y (II) tenemos:

$$a = 1; b = -10 \text{ y } c = 9$$

$$\therefore EC: x^2 - 10x + 9 = 0$$

Rpta.: B

Resolución 51: La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 7x + \lambda = 0$$

Sean las raíces: $x_1 = a$; $x_2 = 2a$ $\wedge$ $x_3 = b$

Por Cardano - Viette:

$$\text{I. } x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a$$

$$\text{II. } x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = -7$$

$$2a^2 + ab + 2ab = -7$$

$$2a^2 + 3ab = -7$$

$$2a^2 + 3a(-3a) = -7$$

$$2a^2 - 9a^2 = -7$$

$$-7a^2 = -7$$

$$a^2 = 1$$

Observa que: si $a = 1 \Rightarrow b = -3$ ó si $a = -1 \Rightarrow b = 3$

$$\text{III. } x_1 x_2 x_3 = -\lambda \Leftrightarrow \lambda = -x_1 x_2 x_3$$

$$\lambda = -a(2a)(b) \Leftrightarrow \lambda = -2a^2 b$$

$$\text{con } a = 1 \wedge b = -3 \Rightarrow \lambda = 6$$

$$\text{con } a = -1 \wedge b = 3 \Rightarrow \lambda = -6$$

$$\therefore \lambda = 6$$

Rpta.: D

Resolución 52: La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 4x^2 + 2x + 4 = 0$$

Por Cardano - Viette:

$$a + b + c = 4; ab + ac + bc = 2 \wedge abc = -4$$

$$\text{Se pide calcular: } E = \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

$$E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \dots\dots\dots(1)$$

Por equivalencia tenemos:

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b+c)(ab+ac+bc) - 3abc$$

Reemplazando datos tenemos:

$$64 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(4)(2) - 3(-4)$$

$$64 = a^3 + b^3 + c^3 + 24 + 12$$

$$64 = a^3 + b^3 + c^3 + 36$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 28$$

Finalmente en (1) se tendrá:

$$E = \frac{28}{-4}$$

$$\therefore E = -7$$

Rpta.: D

Resolución 53: La ecuación propuesta es:

$$x^3 + mx^2 + nx + p = 0 \quad \dots\dots(1)$$

Por condición: las raíces son -1 ; 1 y 2

Por reconstrucción de la ecuación se plantea:

$$x = -1; x = 1 \vee x = 2$$

$$(x+1)(x-1)(x-2) = 0$$

$$(x^2+1)(x-2) = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \quad \dots\dots(2)$$

De (1) y (2) reconocemos que:

$$m = -2 \wedge n = -1 \wedge p = 2$$

$$\therefore mnp = 4$$

Rpta.: E**Resolución 54:** La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$$

Si a , b y c son sus raíces, se pide calcular:

$$E = a^2 + b^2 + c^2$$

$$E = (a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc)$$

Según Cardano - Viette:

$$E = (4)^2 - 2(1) = 16 - 2$$

$$\therefore E = 14$$

Rpta.: C**Resolución 55:** El polinomio dado es:

$$P(x) = x^5 - 6x^4 + 11x^3 - 2x^2 - 12x + 8$$

Para determinar el orden de multiplicidad de la raíz $x = 2$ procedemos a aplicar la regla de Ruffini hasta conseguir un residuo distinto de cero.

	1	-6	11	-2	-12	8
$x = 2$		2	-8	6	8	-8
	1	-4	3	4	-4	0
$x = 2$		2	-4	-2	4	
	1	-2	-1	2	0	
$x = 2$		2	0	-2		
	1	0	-1	0		
$x = 2$		2	4			
	1	2	3			

 $\therefore x = 2$ es una raíz de multiplicidad tres.**Rpta.: C**

Resolución 56: La ecuación propuesta es:

$$7x^3 - 8x^2 - 5x + 4 = 0$$

si a, b y c son sus raíces, se cumple que:

$$a + b + c = \frac{8}{7}; \quad ab + ac + bc = -\frac{5}{7} \wedge abc = -\frac{4}{7}$$

Se pide calcular: $E = a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}$

$$E = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$E = \frac{ab + ac + bc}{abc}$$

Reemplazando datos:

$$E = \frac{-\frac{5}{7}}{-\frac{4}{7}}$$

$$\therefore E = \frac{5}{4}$$

Rpta.: E

Resolución 57: El polinomio dado es:

$$x^5 + 2x^4 - 3x^3 - ax^2 + bx + c$$

Se pide calcular: $E = 2a - b + c$

Como $(x - 1)(x - 2)(x + 1) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ es un factor del polinomio dado; se plantea la siguiente división exacta

$$\frac{x^5 + 2x^4 - 3x^3 - ax^2 + bx + c}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

Según el método de Horner:

1	1	2	-3	-a	b	c
2		2	1	-2		
1			8	4	-8	
-2				12	6	-12
	1	4	6	0	0	0

En las columnas del residuo se cumple que:

$$-a - 2 + 4 + 12 = 0 \wedge b - 8 + 6 = 0 \wedge c - 12 = 0$$

$$a = 14 \wedge b = 2 \wedge c = 12$$

Finalmente tenemos: $E = 28 - 2 + 12$

$$\therefore E = 38$$

Rpta.: D

Resolución 58: La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Por condición: $x_1 = \frac{x_2 + x_3}{2}$

$$2x_1 = x_2 + x_3$$

Por propiedad: $x_1 + x_2 + x_3 = 9$

$$x_1 + 2x_1 = 9$$

$$3x_1 = 9$$

$$x_1 = 3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Ahora con (1) y (2) según la regla de Ruffini tenemos:

	1	-9	23	-15
x = 3		3	-18	15
	1	-6	5	0

Ahora la ecuación será:

$$(x-3)(x^2 - 6x + 5) = 0$$

$$(x-3)(x-1)(x-5) = 0$$

$$x = 3; x = 1 \vee x = 5$$

$$\text{Mayor raíz} = 5 \wedge \text{Menor raíz} = 1$$

$$\therefore \text{Diferencia} = 4$$

Rpta.: D**Resolución 59:** La ecuación propuesta es:

$$5x^3 - 13x^2 + px + q = 0$$

Formaremos la cuadrática en x de raíces 2 y 3

$$x^2 - 5x + p = 0$$

Observa que s = 5 y p = 6, luego la ecuación formada será: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

A continuación se plantea una división exacta:

$$\frac{5x^3 - 13x^2 + px + q}{x^2 - 5x + 6}$$

Según el método de Horner:

1	5	-13	p	q
5		25	-30	
-6			60	-72
	5	12	0	0

En las columnas del residuo tenemos:

$$p - 30 + 60 = 0 \wedge q - 72 = 0$$

$$p = -30 \wedge q = 72$$

$$\therefore p + q = 42$$

Rpta.: C

Resolución 60: La ecuación propuesta es:

$$3x^3 + 5x - 2 = 0$$

Se pide calcular: $K = a^3 + b^3 + c^3$

Observa que $a + b + c = 0$, luego por equivalencia condicional:

$$K = 3abc$$

Según Cardano - Viette:

$$K = 3 \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$\therefore K = 2$$

Rpta.: B

Resolución 61: Si una raíz es $1 + \sqrt{2}i$, otra raíz será $1 - \sqrt{2}i$.

Formando la cuadrática en x de raíces $1 + \sqrt{2}i$ y $1 - \sqrt{2}i$.

$$x^2 - sx + p = 0$$

Observa que $s = 2$ y $p = 3$, luego la ecuación será:

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Si una raíz es $2 - \sqrt{3}i$, otra raíz será $2 + \sqrt{3}i$.

Formando la cuadrática en x de raíces $2 - \sqrt{3}i$ y $2 + \sqrt{3}i$ obtenemos:

$$x^2 - 4x + 7 = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Como (1) y (2) se plantea:

$$(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 4x + 7) = 0$$

$$\therefore \text{La ecuación es: } x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 26x + 21 = 0$$

Rpta.: E

Resolución 62: El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv x^3 + mx^2 + 11x + 6 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Por condición: $x = -2$ es una raíz, luego se cumple que $P(-2) = 0$

$$P(-2) = -8 + 4m - 22 + 6 = 0$$

$$4m = 24$$

$$m = 6$$

Ahora en (1) tenemos:

$$P(x) \equiv x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

Según la regla de Ruffini:

	1	6	11	6
$x = -2$		-2	-8	-6
	1	4	3	0

$$P(x) \equiv (x + 2)(x^2 + 4x + 3)$$

$$P(x) \equiv (x + 2)(x + 1)(x + 3)$$

Observa que:

$$x_1 = -2; x_2 = -1 \text{ y } x_3 = -3$$

Se pide calcular:

$$K = x_1^2 + x_2^2$$

$$K = (-1)^2 + (-3)^2 = 1 + 9$$

$$\therefore K = 10$$

Rpta.: B

Resolución 63: Sea $P(x)$ el polinomio buscado, luego por condición se plantea:

$$x = \sqrt{5} + \sqrt[3]{3}$$

$$x - \sqrt{5} = \sqrt[3]{3}$$

Elevando al cubo tenemos:

$$x^3 - 3x^2\sqrt{5} + 3x \cdot 5 - \sqrt{5}^3 = 3$$

$$x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + 15x - 5\sqrt{5} = 3$$

$$x^3 + 15x - 3 = 3\sqrt{5}x^2 + 5\sqrt{5}$$

$$x^3 + 15x - 3 = \sqrt{5}(3x^2 + 5)$$

Elevando al cuadrado tenemos:

$$x^6 + 225x^2 + 9 + 30x^4 - 6x^3 - 90x = 5(9x^4 + 30x^2 + 25)$$

$$x^6 + 225x^2 + 9 + 30x^4 - 6x^3 - 90x = 45x^4 + 150x^2 + 125$$

$$x^6 - 15x^4 - 6x^3 + 75x^2 - 90x - 116 = 0$$

Aquí reconocemos que:

$$P(x) = x^6 - 15x^4 - 6x^3 + 75x^2 - 90x - 116$$

Como $P(1)$ es la suma de coeficientes de $P(x)$.

$$\therefore P(1) = -151$$

Rpta.: C

Resolución 64: La ecuación propuesta es:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

Por Cardano - Viette:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a \dots\dots\dots(1)$$

Por condición tenemos:

$$x_1 = -x_2 \dots\dots\dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$-x_2 + x_2 + x_3 = -a$$

$$x_3 = -a$$

Como $x = -a$ es una raíz, en la ecuación se tendrá:

$$(-a)^3 + a(-a)^2 + b(-a) + c = 0$$

$$-a^3 + a^3 - ab + c = 0$$

$$\therefore ab = c$$

Rpta.: C

Resolución 65: El polinomio dado es: $P(x) = x^5 - x^4 + 8x^2 - 9x - 15$

Por condición: $x_1 = \sqrt{3}$

Por teoría: $x_2 = -\sqrt{3}$

Por condición: $x_3 = 1 - 2i$

Por teoría: $x_4 = 1 + 2i$

Cardano - Viette:
$$\underbrace{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1}_{2 + x_5 = 1}$$
$$x_5 = -1$$

Se pide calcular: $K = x_2^2 + x_5^2$

$$K = (-\sqrt{3})^2 + (-1)^2$$

$$K = 3 + 1$$

$$\therefore K = 4$$

Rpta.: A

Resolución 66: La ecuación propuesta es:

$$x^3 + (m+1)x^2 - m = 0$$

Por condición las raíces están en progresión aritmética:

$$x_1 = a - r; \quad x_2 = a \quad \text{y} \quad x_3 = a + r$$

Cardano - Viette: I. $x_1 + x_2 + x_3 = -m - 1$

$$3a = -m - 1 \Rightarrow a = -\frac{m+1}{3}$$

II. $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = 0$

$$a^2 - ar + a^2 - r^2 + a^2 + ar = 0$$

$$3a^2 - r^2 = 0$$

$$3a^2 = r^2$$

III. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = m$

$$(a - r)(a)(a + r) = m$$

$$a(a^2 - r^2) = m$$

De lo anterior: $r^2 = 3a^2$, luego:

$$a(a^2 - 3a^2) = m$$

$$-2a^3 = m$$

Recordemos que: $a = -\frac{m+1}{3}$, con lo cual:

$$-2\left(-\frac{m+1}{3}\right)^3 = m$$

$$2\left(\frac{m+1}{3}\right)^3 = m$$

$$2(m+1)^3 = 27m$$

$$\therefore m = 2$$

Rpta.: B

Resolución 67: El polinomio dado es:

$$P(x) = x^3 + 7x^2 - Kx - 27$$

Por condición las raíces están en progresión geométrica:

$$x_1 = a; x_2 = aq \text{ y } x_3 = aq^2$$

Cardano - Viette:

$$I. x_1 + x_2 + x_3 = -7$$

$$a + aq + aq^2 = -7 \Rightarrow a(1 + q + q^2) = -7$$

$$II. x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -K$$

$$a^2q + a^2q^2 + a^2q^3 = -K$$

$$a^2q(1 + q + q^2) = -K$$

$$III. x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 27$$

$$a \cdot aq \cdot aq^2 = 27$$

$$(aq)^3 = 27$$

$$aq = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{q}$$

Reemplazando (III) en (I):

$$\frac{3}{q}(1 + q + q^2) = -7$$

$$3 + 3q + 3q^2 = -7q$$

$$3q^2 + 10q + 3 = 0$$

$$\begin{array}{c} 3q \quad \uparrow \quad 1 \\ \quad \quad \quad \times \\ q \quad \quad \quad 3 \end{array}$$

$$(3q + 1)(q + 3) = 0$$

$$3q + 1 = 0 \vee q + 3 = 0$$

$$q = -\frac{1}{3} \vee q = -3$$

$$\text{si } q = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = -9$$

$$\text{si } q = -3 \Rightarrow a = -1$$

En (II) tenemos:

$$K = -a^2q(1 + q + q^2)$$

$$\text{con } q = -\frac{1}{3} \wedge a = -9 \Rightarrow K = 21$$

$$\text{con } q = -3 \wedge a = -1 \Rightarrow K = 21$$

$$\therefore K = 21$$

Rpta.: C

Resolución 68: La ecuación propuesta es:

$$x^3 + ax^2 + bx + 7 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Por condición: $x_1 = 1 - 2\sqrt{2}$

Por teoría: $x_2 = 1 + 2\sqrt{2}$

Cardano - Viette: $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -7$

$$(1 - 2\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2})x_3 = -7$$

$$(-7)x_3 = -7$$

$$x_3 = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$(1)^3 + a(1)^2 + b(1) + 7 = 0$$

$$1 + a + b + 7 = 0$$

$$\therefore a + b = -8$$

Rpta.: D

Resolución 69: La ecuación dada es: $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 25 = 0$

Si $2 + i$ es una raíz doble, $2 - i$ también será una raíz doble.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 2 + i \\ x_2 = 2 - i \end{array} \right\} x^2 - 4x + 5 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} x_3 = 2 + i \\ x_4 = 2 - i \end{array} \right\} x^2 - 4x + 5 = 0$$

Por Cardano - Viette: $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = -25$

$$25x_5 = -25$$

$$x_5 = -1$$

Al reconstruir la ecuación de quinto grado se tendrá:

$$(x^2 - 4x + 5)^2 (x + 1) = 0$$

Ahora se cumple que: $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x^2 - 4x + 5)^2 (x + 1)$

Haciendo $x = 1$: $1 + a + b + c + d + 25 = (4)(2)$

$$a + b + c + d + 26 = 8$$

$$\therefore a + b + c + d = -18$$

Rpta.: D

Resolución 70: Para cada polinomio tenemos:

I. Si una raíz es $\sqrt{3}$, otra raíz será $-\sqrt{3}$

Si una raíz es $1 + i$, otra raíz será $1 - i$

Aquí reconocemos que el grado de $P(x)$ es cuatro.

II. Como los coeficientes de $Q(x)$ son reales al ser una raíz $\sqrt{3}$, no necesariamente otra raíz será $-\sqrt{3}$

Si una raíz es $1 + i$, otra raíz será $1 - i$.

Aquí reconocemos que el grado de $Q(x)$ es tres.

$$\therefore \text{Grado } (P) > \text{Grado } (Q)$$

Rpta.: E

Resolución 71: El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv x^3 + x - 10$$

Al reemplazar x por $(x - 2)$, las raíces de $P(x)$ aumentarán en 2.

$$f(x) \equiv (x - 2)^3 + (x - 2) - 10$$

$$f(x) \equiv x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + x - 12$$

$$\therefore f(x) \equiv x^3 - 6x^2 + 13x - 20$$

Rpta.: B**Resolución 72:**

Sa tiene:

$$ax^2 - bx + c = 0$$

Por condición:

$$x_1 = m \wedge x_2 = \frac{4}{5}$$

Se pide una ecuación de raíces $x' \wedge x''$ donde:

$$x' = \frac{3 - 2m}{m} = \frac{3}{m} - 2 = 3\left(\frac{1}{m}\right) - 2$$

$$x'' = \frac{7}{4} = 3\left(\frac{5}{4}\right) - 2$$

Observa que las raíces $x_1 \wedge x_2$ fueron alteradas de la forma siguiente:

I. Se toma el recíproco.

II. Se triplica

III. Se disminuyeron en 2 unidades.

Ahora procedemos a construir la nueva ecuación:

$$ax^2 - bx + c = 0$$

I. Tomando el recíproco:

$$a\left(\frac{1}{x}\right)^2 - b\left(\frac{1}{x}\right) + c = 0$$

$$\frac{a}{x^2} - \frac{b}{x} + c = 0$$

$$cx^2 - bx + a = 0$$

II. Triplicando las raíces:

$$c\left(\frac{x}{3}\right)^2 - b\left(\frac{x}{3}\right) + a = 0$$

$$\frac{cx^2}{9} - \frac{bx}{3} + a = 0$$

$$cx^2 - 3bx + 9a = 0$$

III. Disminuyendo en 2 unidades:

$$c(x + 2)^2 - 3b(x + 2) + 9a = 0$$

$$cx^2 + 4cx + 4c - 3bx - 6b + 9a = 0$$

$$\therefore \text{La ecuación es: } cx^2 + (4c - 3b)x + 9a - 6b + 4c = 0$$

Rpta.: B

Resolución 73: La ecuación propuesta es:

$$x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 1 = 0$$

Al sustituir x por $(x + 1)$ las raíces quedan disminuidas en una unidad.

$$(x + 1)^5 - 3(x + 1)^3 + 2(x + 1)^2 + 1 = 0$$

$$x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1 - 3x^3 - 9x^2 - 9x - 3 + 2x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$\therefore x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 1 = 0$$

Rpta.: D

Resolución 74: La ecuación propuesta es:

$$2x^3 + 12x^2 + 5x - 7 = 0$$

Se sabe que si en $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, se desea eliminar al término cuadrático, se deberá reemplazar x por $\left(x - \frac{b}{3a}\right)$.

En nuestro caso $a = 2$ $\wedge$ $b = 12$, luego x se debe reemplazar por:

$$\therefore x - \frac{12}{6} = x - 2$$

Rpta.: B

Resolución 75: La ecuación propuesta es:

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Para obtener una ecuación que acepte como raíces los cuadrados de las raíces de la ecuación propuesta es necesario reemplazar x por $\sqrt{x}$ en (1) y realizar las transformaciones convenientes hasta obtener la ecuación polinomial:

$$\sqrt{x}^4 + \sqrt{x}^3 + 2\sqrt{x}^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$$

$$x^2 + x\sqrt{x} + 2x + \sqrt{x} + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = -x\sqrt{x} - \sqrt{x}$$

$$x^2 + 2x + 1 = -\sqrt{x}(x + 1)$$

Elevando al cuadrado:

$$x^4 + 4x^2 + 1 + 4x^3 + 2x^2 + 4x = x^3 + 2x^2 + x$$

Ecuación: $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$

Observa que: $P(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$

$$\therefore P(1) = 12$$

Rpta.: B

Resolución 76: La función dada es: $F(x) = \frac{1}{(x^3 - 1)^2}$

La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 3x - 1 = 0$$

$$x^3 - 1 = 3x$$

Ahora en la función se tendrá:

$$F(x) = \frac{1}{(3x)^2} = \frac{1}{9x^2}$$

Se pide calcular: $S = F(a) + F(b) + F(c)$

$$S = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{9b^2} + \frac{1}{9c^2}$$

$$S = \frac{1}{9} \left[\left(\frac{1}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 + \left(\frac{1}{c} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(1)$$

En la ecuación propuesta:

$$x^3 - 3x - 1 = 0$$

Las raíces son a, b y c.

$$\left(\frac{1}{x} \right)^3 - 3 \left(\frac{1}{x} \right) - 1 = 0$$

$$\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x} - 1 = 0$$

$$1 - 3x^2 - x^3 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

En la ecuación obtenida las raíces son: $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ y $\frac{1}{c}$.

$$\sqrt{x}^3 + 3\sqrt{x} - 1 = 0$$

$$x\sqrt{x} + 3x - 1 = 0$$

$$x\sqrt{x} = 1 - 3x$$

$$(x\sqrt{x})^2 = (1 - 3x)^2$$

$$x^3 = 1 - 6x + 9x^2$$

$$x^3 - 9x^2 + 6x - 1 = 0$$

Aquí las raíces son: $\left(\frac{1}{a} \right)^2, \left(\frac{1}{b} \right)^2$ y $\left(\frac{1}{c} \right)^2$.

Según Cardano - Viette:

$$\left(\frac{1}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 + \left(\frac{1}{c} \right)^2 = 9 \dots\dots\dots(2)$$

Finalmente reemplazamos (2) en (1).

$$S = \frac{1}{9} [9] = \frac{9}{9}$$

$$\therefore S = 1$$

Rpta.: A

Resolución 77: La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 27x - 50 = 0$$

Se sabe que:

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$$

$$D = (-9)^3 + (-25)^2$$

$$D = -729 + 625$$

$$D = -104$$

∴ La ecuación tiene 3 raíces reales y diferentes.

Rpta.: D

Resolución 78: Las raíces complejas pueden ser reales o imaginarias. En la ecuación:

$$\underbrace{2x^3 - 5x^2 + 6x - 6 = 0}_{P(x)}$$

Como $P(x)$ es un polinomio de grado 3, se afirma que tiene 3 raíces complejas.

Rpta.: D

Resolución 79: Recordemos que el polinomio $P(x)$ tiene una raíz (o también una cantidad impar de raíces) en el intervalo $\langle a; b \rangle$ se cumple que:

$$\exists x_0 \in \langle a; b \rangle \mid P(x_0) = 0 \Rightarrow P(a)P(b) < 0$$

En la ecuación dada:

$$\underbrace{x^4 + 3x - 15 = 0}_{P(x)}$$

Observa que: $P\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \wedge P(2) > 0$

$$\therefore a \in \left\langle \frac{3}{2}; 2 \right\rangle$$

Rpta.: D

Resolución 80: Del enunciado:

$$x_1 = 2 \quad \} \quad x - 2 = 0$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5} \quad \} \quad x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x_3 = 1 + \sqrt{5} \quad \}$$

$$x_4 = 2i \quad \} \quad x^2 + 4 = 0$$

$$x_5 = -2i \quad \}$$

La ecuación polinomial será:

$$(x - 2)(x^2 - 2x - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$P(x) \equiv (x - 2)(x^2 - 2x - 4)(x^2 + 4)$$

$$\therefore P(x) = x^5 - 4x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 32$$

Rpta.: E

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 08

Resolución 81: El polinomio dado es:

$$P(x) = x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 10x^2 + 21x + 9$$

Factorizando al polinomio según los divisores binomios.

	1	-3	-6	10	21	9
$x = 3$		3	0	-18	-24	-9
	1	0	-6	-8	-3	0
$x = 3$		3	9	9	3	
	1	3	3	1	0	
$x = -1$		-1	-2	-1		
	1	2	1	0		
$x = -1$		-1	-1			
	1	1	0			
$x = -1$		-1				
	1	0				

$$P(x) = (x-3)(x-3)(x+1)(x+1)(x+1)$$

$$P(x) = (x-3)^2(x+1)^3$$

∴ $x = 3$ es de multiplicidad dos y $x = -1$ es de multiplicidad tres.**Rpta.: C****Resolución 82:** La ecuación dada es:

$$x^3 - 13x^2 + 15x + 189 = 0$$

$$P(x)$$

Factorizando $P(x)$ según divisores binomios.

	1	-13	15	189
$x = -3$		-3	48	-189
	1	-16	63	0

Ahora tenemos:

$$P(x) = (x+3)(x^2 - 16x + 63)$$

$$P(x) = (x+3)(x-9)(x-7)$$

Con lo cual la ecuación será:

$$(x+3)(x-9)(x-7) = 0$$

$$x+3=0 \vee x-9=0 \vee x-7=0$$

$$x=-3 \vee x=9 \vee x=7$$

∴ Menor raíz = $x = -3$ **Rpta.: A**

Resolución 83: El polinomio dado es:

$$F(x) = x^5 - 2x^4 - 6x^3 + mx^2 + nx + p$$

Por condición: $F(-1) = F(1) = F(3) = 0$

Según la teoría tenemos tres raíces:

$$x = -1; x = 1 \vee x = 3$$

Las cuales corresponden a la ecuación:

$$(x+1)(x-1)(x-3) = 0$$

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

Ahora se plantea la siguiente división exacta:

$$\frac{x^5 - 2x^4 - 6x^3 + mx^2 + nx + p}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$$

Según el método de Horner:

1	1	-2	-6	m	n	p
3		3	1	-3		
1			3	1	-3	
-3				-6	-2	6
	1	1	-2	0	0	0

En las columnas del residuo tenemos:

$$m - 3 + 1 - 6 = 0 \wedge n - 3 - 2 = 0 \wedge p + 6 = 0$$

$$m = 8 \wedge n = 5 \wedge p = -6$$

$$\therefore m + n - p = 19$$

Rpta.: A

Resolución 84: De acuerdo con el enunciado el polinomio $P(x)$ presenta la siguiente forma:

$$P(x) = (x+3)(x+2)(x+b) \dots\dots\dots(1)$$

Por condición: $P(1) = -36$, reemplazando $x = 1$ en (1) se tendrá:

$$P(1) = (4)(3)(1+b)$$

$$-36 = 12(b+1)$$

$$-3 = b+1$$

$$b+1 = -3$$

$$b = -4$$

Nuevamente en (1):

$$P(x) = (x+3)(x+2)(x-4)$$

$$P(x) = x^3 + x^2 - 14x - 24$$

$$\therefore \text{Menor coeficiente} = -24$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 08

Resolución 85: El polinomio dado es:

$$P(x) = 6x^4 - 13x^3 - 35x^2 - x + a; a \in \mathbb{Q}$$

Por condición una raíz es $2 - \sqrt{3}$ y según la teoría otra raíz será $2 + \sqrt{3}$.

Observa que la cuadrática de raíces $2 - \sqrt{3}$ y $2 + \sqrt{3}$ es:

$$x^2 - 4x + 1 = 0.$$

Ahora se plantea la siguiente división exacta:

$$\frac{6x^4 - 13x^3 - 35x^2 - x + a}{x^2 - 4x + 1}$$

Según el método de Horner:

1	6	-13	-35	-1	a
4		24	-6		
-1			44	-11	
				12	-3
	6	11	3	0	0

En el residuo: $a - 3 = 0$

$$a = 3$$

Nótese que el polinomio dado se transforma en:

$$P(x) = (x^2 - 4x + 1)(6x^2 + 11x + 3)$$

Fácilmente podemos reconocer que las raíces que no son irracionales se obtienen de la ecuación:

$$6x^2 + 11x + 3 = 0$$

Observa que: $x_1 + x_2 = -\frac{11}{6}$, finalmente tenemos:

$$x_1 + x_2 + a = -\frac{11}{6} + 3$$

$$\therefore x_1 + x_2 + a = \frac{7}{6}$$

Rpta.: C

Resolución 86: El polinomio dado es:

$$F(x) = x^4 - 4x^2 + ax + b$$

Por condición: $x_0 = 2 + \sqrt{3}i$

Por teoría: $x_1 = 2 - \sqrt{3}i$

La cuadrática de raíces x_0 y x_1 es:

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

Ahora se plantea la siguiente división exacta:

$$\frac{x^4 - 4x^2 + ax + b}{x^2 - 4x + 7}$$

Según el método de Horner:

1	1	0	-4	a	b
4		4	-7		
-7			16	-28	
				20	-35
	1	4	5	0	0

En las columnas del residuo:

$$a - 28 + 20 = 0 \wedge b - 35 = 0$$

$$a = 8 \wedge b = 35$$

Con lo cual el polinomio dado será:

$$F(x) \equiv x^4 - 4x^2 + 8x + 35$$

Se pide calcular: $E = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$

$$E = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_3x_4)$$

Por Cardano - Viette:

$$E = (0)^2 - 2(-4) = 0 + 8$$

$$\therefore E = 8$$

Rpta.: E

Resolución 87: El polinomio del primer miembro es factorizable por aspa doble especial:

$$12x^4 - 4x^3 - 41x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$\begin{array}{ccccc} & & \uparrow & & \uparrow \\ 6x^2 & & 13x & & 6 \\ 2x^2 & & -5x & & 2 \end{array}$$

$$(6x^2 + 13x + 6)(2x^2 - 5x + 2) = 0$$

Dando uso del aspa simple en cada trinomio:

$$(3x + 2)(2x + 3)(2x - 1)(x - 2) = 0$$

$$3x + 2 = 0 \vee 2x + 3 = 0 \vee 2x - 1 = 0 \vee x - 2 = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \vee x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{1}{2} \vee x = 2$$

$$\therefore \Sigma \text{ de raíces positivas} = \frac{5}{2}$$

Rpta.: B

Resolución 88: Factorizando al polinomio del primer miembro:

$$P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 7x - 2$$

	2	-7	6	-6	7	-2
x = 1	2	-5	1	-5	2	
	2	-5	1	-5	2	0

$$P(x) = (x - 1)(2x^4 - 5x^3 + x^2 - 5x + 2)$$

Factorizando al polinomio de cuarto grado según aspa doble especial:

$$P(x) = (x - 1)(2x^2 + x + 2)(x^2 - 3x + 1)$$

Aquí reconocemos que $2x^2 + x + 2 = 0$ no tiene raíces reales:

La primera raíz real se obtiene de $x - 1 = 0$ y es: $x_1 = 1$.

La ecuación $x^2 - 3x + 1 = 0$ también tiene raíces reales cuya suma es:

$$x_2 + x_3 = 3$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

Rpta.: E

Resolución 89: La ecuación propuesta es:

$$x^3 - 5x + 12 = 0$$

Como x_2 es una raíz, se cumple que:

$$x_2^3 - 5x_2 + 12 = 0 \Rightarrow x_2^3 = 5x_2 - 12$$

Según Cardano - Viette:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 ; \quad x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -5 \wedge x_1x_2x_3 = -12$$

Se pide calcular:

$$E = \frac{x_2^3 + 2}{x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$$

$$E = \frac{x_2^3 + 2}{x_2 - 2} + \frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3}$$

Reemplazando datos:

$$E = \frac{5x_2 - 12 + 2}{x_2 - 2} + \frac{-5}{-12}$$

$$E = \frac{5x_2 + 10}{x_2 - 2} + \frac{5}{12}$$

$$E = \frac{5(x_2 + 2)}{x_2 - 2} + \frac{5}{12}$$

$$E = 5 + \frac{5}{12} = \frac{60 + 5}{12}$$

$$\therefore E = \frac{65}{12}$$

Rpta.: B

Resolución 90: El polinomio dado es:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2 \dots\dots\dots(1)$$

Según Cardano - Viette:

$$a + b + c = 2 ; \quad ab + ac + bc = 1 \wedge abc = -2$$

Por equivalencia tenemos:

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b+c)(ab+ac+bc) - 3abc$$

Reemplazando datos:

$$8 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(2)(1) - 3(-2)$$

$$8 = a^3 + b^3 + c^3 + 6 + 6$$

$$8 = a^3 + b^3 + c^3 + 12$$

Observa que: $a^3 + b^3 + c^3 = -4$, con lo cual se pide calcular $P(-4)$.

Finalmente en (1) hacemos $x = -4$:

$$P(-4) = (-4)^3 - 2(-4)^2 - 4 + 2$$

$$P(-4) = -64 - 32 - 2$$

$$\therefore P(-4) = -98$$

Rpta.: C

Resolución 91: La ecuación propuesta es:

$$x^3 + (m+2)x^2 + (m^2-3)x + m^3 + 2 = 0$$

Según equivalencias:

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)$$

En forma equivalente:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)$$

De acuerdo con el teorema de Cardano - Viette:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = [-(m+2)]^2 - 2(m^2-3)$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = m^2 + 4m + 4 - 2m^2 + 6$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2 + 4m - m^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6 - 4 + 4m - m^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6 - (m-2)^2$$

Observa que: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ será máximo cuando $(m-2)^2 = 0$

$$\therefore m = 2$$

Rpta.: C

Resolución 92: El polinomio dado es:

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 9$$

Por condición: $P(a) = P(b) = P(c) = 0$

Aquí reconocemos que $x=a$; $x=b$ y $x=c$ son las raíces de $P(x)$, luego se cumple que:

$$P(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$P(x) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x - abc$$

Fácilmente podemos reconocer que:

$$a+b+c = -3; ab+ac+bc = 0 \wedge abc = -9$$

Observa que: $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} = \frac{(a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc)}{abc}$$

Reemplazando datos:

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} = \frac{9-2(0)}{-9} = \frac{9-0}{-9} = -\frac{9}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} = -1$$

Con lo cual se pide calcular $P(-1)$:

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 9$$

$$P(-1) = -1 + 3 + 9$$

$$\therefore P(-1) = 11$$

Rpta.: C

Resolución 93: La ecuación dada es:

$$(5m^2 + 2)x^4 - (4m^4 + 9)x^2 + 3(m^2 + 2) = 0$$

Por condición: $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1$

$$\frac{3(m^2 + 2)}{5m^2 + 2} = 1$$

$$3m^2 + 6 = 5m^2 + 2$$

$$4 = 2m^2$$

$$2 = m^2$$

Reemplazando el valor de m^2 en la ecuación original tenemos:

$$12x^4 - 25x^2 + 12 = 0$$

$$(3x^2 - 4)(4x^2 - 3) = 0$$

$$3x^2 - 4 = 0 \vee 4x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = \frac{4}{3} \vee x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x^2 = \frac{12}{9} \vee x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \vee x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{Mayor raíz} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Rpta.: C

Resolución 94: La ecuación propuesta es:

$$ax^4 + 4x^2 + b = 0$$

Por ser una ecuación bicuadrada se cumple que:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = m > 0 \\ x_2 = n > 0 \\ x_3 = -m \\ x_4 = -n \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Por propiedad:} \\ \text{I. } m^2 + n^2 = \frac{-4}{a} \\ \text{II. } m^2 n^2 = \frac{b}{a} \end{array}$$

Por condición tenemos:

$$(x_2 x_4)^{-1} + (x_1 x_3)^{-1} = 2$$

$$(-n^2)^{-1} + (-m^2)^{-1} = 2$$

$$-\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} = 2$$

$$\frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2} = -2$$

Dando uso de las propiedades:

$$\frac{-4}{\frac{a}{b}} = -2$$

$$\frac{-4}{b} = -2$$

$$\therefore b = 2$$

Rpta.: B

Resolución 95: La ecuación propuesta es:

$$x^4 + mx^2 - 2m^2 + 1 = 0$$

Hagamos que $x^2 = y$; como $x \in \mathbb{R}$, $y > 0$

$$y^2 + my - 2m^2 + 1 = 0$$

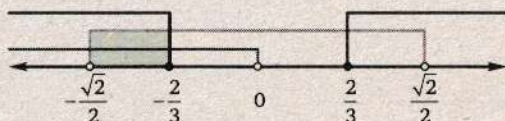
Aquí se cumple que: $\Delta \geq 0 \wedge y_1 + y_2 > 0 \wedge y_1 \cdot y_2 > 0$

$$m^2 - 4(1)(-2m^2 + 1) \geq 0 \wedge -m > 0 \wedge -2m^2 + 1 > 0$$

$$m^2 + 8m^2 - 4 \geq 0 \wedge m < 0 \wedge 2m^2 - 1 < 0$$

$$9m^2 - 4 \geq 0 \wedge m < 0 \wedge 4m^2 - 2 < 0$$

$$(3m+2)(3m-2) \geq 0 \wedge m < 0 \wedge (2m+\sqrt{2})(2m-\sqrt{2}) < 0$$



Observa que $m \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{2}{3}\right]$, luego reconocemos que: $a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \wedge b = -\frac{2}{3}$

Finalmente tenemos: $(ab)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2$

$$\therefore (ab)^2 = \frac{2}{9}$$

Rpta.: A

Resolución 96: La ecuación propuesta es:

$$\frac{(x-5)(x+3)}{3(x-6)(x+4)} + \frac{(x-10)(x-2)}{5(x-7)(x-5)} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{(x-5)(x+3)}{3(x-6)(x+4)} + \frac{(x-10)(x-2)}{5(x-7)(x-5)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{(x-5)(x+3)}{3(x-6)(x+4)} - \frac{1}{3} + \frac{(x-10)(x-2)}{5(x-7)(x-5)} - \frac{1}{5} = 0$$

$$\frac{1}{3} \left[\frac{(x-5)(x+3)}{(x-6)(x+4)} - 1 \right] + \frac{1}{5} \left[\frac{(x-10)(x-2)}{(x-7)(x-5)} - 1 \right] = 0$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 24} - 1 \right) + \frac{1}{5} \left(\frac{x^2 - 12x + 20}{x^2 - 12x + 35} - 1 \right) = 0$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{9}{x^2 - 2x - 24} \right) + \frac{1}{5} \left(\frac{-15}{x^2 - 12x + 35} \right) = 0$$

$$\frac{3}{x^2 - 2x - 24} - \frac{3}{x^2 - 12x + 35} = 0$$

$$\frac{3}{x^2 - 2x - 24} = \frac{3}{x^2 - 12x + 35}$$

$$x^2 - 2x - 24 = x^2 - 12x + 35$$

$$10x = 59$$

$$\therefore x = 5,9$$

Rpta.: D

Resolución 97: La ecuación propuesta es:

$$2\sqrt{1+\sqrt{1-x^4}} = \sqrt{2+2x^2} + 1$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1+\sqrt{(1+x^2)(1-x^2)}} = \sqrt{2(1+x^2)} + 1$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+2\sqrt{(1+x^2)(1-x^2)}} = \sqrt{2}\sqrt{1+x^2} + 1$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}) = \sqrt{2}\sqrt{1+x^2} + 1$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{1+x^2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{1-x^2} = \sqrt{2}\sqrt{1+x^2} + 1$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{1-x^2} = 1$$

$$2(1-x^2) = 1$$

$$2-2x^2 = 1$$

$$1 = 2x^2$$

$$2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{2}{4}$$

Aquí reconocemos que:

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \vee x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}$$

Rpta.: C

Resolución 98: La ecuación propuesta es:

$$\sqrt[3]{\sqrt{x}+1} - \sqrt[3]{\sqrt{x}-1} = \sqrt[6]{x-1}$$

Elevando al cubo según la equivalencia de Cauchy:

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{x}+1} - \sqrt[3]{\sqrt{x}-1}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{x-1}\right)^3$$

$$2 - 3\sqrt[3]{\sqrt{x}+1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x}-1} \cdot \left(\sqrt[6]{x-1}\right) = \sqrt{x-1}$$

$$2 - 3\sqrt[3]{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot \sqrt[6]{x-1} = \sqrt{x-1}$$

$$2 - 3\sqrt[3]{x-1} \cdot \sqrt[6]{x-1} = \sqrt{x-1}$$

$$2 - 3\sqrt[6]{x-1}^2 \cdot \sqrt[6]{x-1} = \sqrt{x-1}$$

$$2 - 3\sqrt[6]{x-1}^3 = \sqrt{x-1}$$

$$2 - 3\sqrt{x-1} = \sqrt{x-1}$$

$$2 = 4\sqrt{x-1}$$

$$1 = 2\sqrt{x-1}$$

$$1 = 4(x-1)$$

$$1 = 4x - 4$$

$$5 = 4x$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$\therefore x = 1,25$$

Rpta.: B

Resolución 99: La ecuación propuesta es:

$$x^4 + (1-k)x^2 + 2(k-3) = 0$$

Factorizando según el criterio del aspa simple obtenemos:

$$[x^2 - (k-3)](x^2 - 2) = 0$$

$$x^2 - (k-3) = 0 \vee x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = k-3 \vee x^2 = 2$$

Por condición la ecuación solo tiene 2 raíces reales y estas se obtienen de $x^2=2$

Por tanto $x^2 = k - 3$ debe originar raíces imaginarias, en consecuencia se cumple que:

$$k - 3 < 0$$

$$k < 3$$

$$\therefore k \in (-\infty; 3)$$

Rpta.: A

Resolución 100: Como la ecuación $x^3 - 3x + m = 0$ admite dos raíces reales diferentes podemos afirmar que la tercera raíz de la ecuación también será real e igual a una de las raíces anteriores.

De acuerdo con la condición del problema se debe cumplir que:

$$D = 0$$

$$\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = 0$$

Reemplazando los coeficientes tenemos:

$$\left(\frac{-3}{3}\right)^3 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 = 0$$

$$-1 + \frac{m^2}{4} = 0$$

$$\frac{m^2}{4} = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4$$

Aquí notamos que: $m = 2 \vee m = -2$

$$\therefore \Sigma \text{ de valores} = 0$$

Rpta.: C

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Resolver la ecuación:

$$\sqrt[3]{(a+x)^2} + 4\sqrt[3]{(a-x)^2} = 5\sqrt[3]{a^2 - x^2}$$

si: $a \neq 0$.

- A) $\frac{63}{65}a$ B) $\frac{61}{63}a$ C) $\frac{62}{65}a$
D) $\frac{60}{63}a$ E) $\frac{43}{65}a$

2. Calcular "y" en:

$$\frac{\sqrt{y-2} + \sqrt{2y-5}}{7\sqrt{2} - \sqrt{y+2} + 3\sqrt{2y-5}} = 1$$

- A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 20

3. Resolver la ecuación:

$$\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}$$

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{25}{16}$ C) $\frac{36}{49}$
D) $\frac{81}{49}$ E) $\frac{25}{49}$

4. Calcular "x" en:

$$\frac{\sqrt{x^2+8x}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+7} = \frac{7}{\sqrt{x+1}}$$

- A) 0 B) 1 C) -1
D) 2 E) -2

5. Indicar las sumas de las soluciones de la ecuación:

$$\frac{2\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}} + \frac{6-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = 2$$

- A) $\frac{231}{11}$ B) $\frac{261}{65}$ C) $\frac{230}{41}$
D) $\frac{187}{93}$ E) $\frac{41}{39}$

6. El producto de las soluciones halladas en:

$$4(\sqrt[4]{x^2-16})^3 + 32 = x^2 + 16\sqrt[4]{x^2-16}$$

es:

- A) -32 B) 32 C) 16
D) -16 E) 8

7. Resolver la ecuación:

$$\frac{x - (a-b)^2}{(a+b)^2} + \frac{x + (a+b)^2}{(a-b)^2} = 1$$

$$\frac{(a+b)^2}{x - (a-b)^2} + \frac{(a-b)^2}{x + (a+b)^2}$$

proporcionando una de sus raíces:

A) $\frac{a+4a^2b^2+b^2}{a^2+b^2}$ B) $2(a^2+b^2)$

C) $\frac{a+4a^2b^2+b}{a^2+b^2}$

D) $\sqrt{a^2-b^2}$ E) $\sqrt{2a^4+2b^4}-2ab$

8. Un chico robó flores de un jardín y después de andar 80 pasos empezó a perseguirlo el jardinero. El chico da 4 pasos mientras que el jardinero 3, pero 5 de este equivalen a 7 de aquel.

¿Cuántos pasos dio el jardinero para alcanzar al chico?

- A) 1000 B) 1100 C) 1200
D) 1400 E) 1600

9. Resolver la ecuación:

$$\sqrt{2x-3} + \sqrt{4x+1} = 4$$

- A) {1} B) {2} C) {6}
D) {9} E) {-1}

10. Calcular "x" en:

$$(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 2^x$$

- A) 0 B) -1 C) 1
D) 2 E) -2

11. Resolver:

$$\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} = \sqrt[3]{2x-3}$$

e indicar el recíproco de una solución.

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{5}$

12. Un caballo y un mulo caminan juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el jameño de su enojosa carga a lo que el mulo le dijo: "¡De qué te quejas: Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble de la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga se igualará a la mía!". ¿Cuántos sacos llevaba el caballo y cuántos el mulo?

- A) 7 y 6 B) 7 y 5 C) 5 y 6
D) 5 y 7 E) 8 y 9

13. Un grupo de abejas; cuyo número era igual a la raíz cuadrada de la mitad de todo su enjambre se posó sobre un jazmín, habiendo dejado muy atrás a $\frac{8}{9}$ del enjambre; solo una abeja del mismo enjambre revoloteaba entorno a un loto, atraída por el zumbido de una de sus amigas que cayó imprudentemente en la trampa de la florecilla, de dulce fragancia. ¿Cuántas abejas formaban el enjambre?

- A) 70 B) 71 C) 72
D) 98 E) 200

14. La solución de la ecuación:

$$\frac{\sqrt[3]{ax+b} + \sqrt[3]{ax-b}}{\sqrt[3]{ax+b} - \sqrt[3]{ax-b}} = \frac{a}{b}; \text{es:}$$

- A) $\frac{a^2+3b^2}{3a^2+b^2}$ B) $\frac{a^2+3b^2}{a^2+b^2}$ C) $\frac{a^2+b^2}{3a^2+b^2}$
D) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ E) $\frac{3a^2+b^2}{a^2+3b^2}$

15. Una solución de la ecuación:

$$\frac{x^2-6x+10}{x^2+8x+17} = \left(\frac{x-3}{x+4}\right)^2; \text{es:}$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

16. El valor de x que satisface la siguiente ecuación:

$$\frac{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}} = \frac{a+1}{a-1}$$

- A) $\frac{a(a^n-1)}{a^n+1}$ B) $\frac{a^n+1}{a^n-1}$ C) $\frac{a(a^n+1)}{a^n-1}$
D) $\frac{a^n-1}{a^n+1}$ E) $\frac{a^{n+1}}{a^n-1}$

17. Después de resolver la ecuación:

$$\sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{x} - \sqrt{x+8}; \text{ la solución que se obtiene es:}$$

- A) 8 B) 7 C) 6
D) 5 E) 9

18. La suma de las raíces de la siguiente suma:

$$\sqrt[3]{x} + \frac{20}{\sqrt[3]{x}} = 9; \text{ es:}$$

- A) 145 B) 189 C) 216
D) 125 E) 89

19. Al resolver la ecuación:

$$\sqrt{2x+3} + \sqrt{4x+1} = 4$$

su solución es:

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2
D) $\frac{5}{2}$ E) 0

20. Las soluciones de la ecuación:

$$\sqrt{2x} + \sqrt{6x^2+1} = x+1; \text{ son:}$$

- A) 0 y 2 B) 1 y 2 C) -1 y 2
D) 1 y 3 E) -1 y 3

21. La solución de la ecuación:

$$\frac{x}{x+4} + \frac{2}{x+4} = \frac{5}{4}; \text{ es:}$$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 15 E) 18

22. La solución de la ecuación:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1-x}} = 1 \text{ es:}$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{25}$
D) $\frac{16}{25}$ E) $\frac{25}{16}$

23. La ecuación: $x + \sqrt{x-2} = 4$ tiene:

- A) Una raíz real.
B) Dos raíces reales.
C) Una raíz imaginaria.
D) Dos raíces imaginarias.
E) Tres raíces reales.

24. La suma de los valores de K que hacen que la ecuación: $(4-K)x^2 + 2Kx + 2 = 0$; tenga sus raíces iguales es:

- A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

25. Si la ecuación $x^2 + mx + n = 0$; m y n son sus raíces; los valores de m y n en este orden son:

- A) -1 y 2 B) 1 y -2 C) -1 y -2
D) 1 y 2 E) 1 y -3

26. Resolver:

$$\frac{3x-1}{2x^2+5x-3} - \frac{2x+1}{3x^2+10x+3} = \frac{5x-6}{6x^2-x-1}$$

- A) {6} B) {4} C) {7}
D) {2} E) {5}

27. Resolver en "x":

$$p^2x + q(p-q) = (p-q)(3p+4q) + q^2x$$

- A) {3} B) {q} C) {p}
D) {3p} E) {p+q}

28. Hallar el valor de "x" en:

$$\frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{1 - \frac{x+1}{x-1}} = 0,5$$

- A) -0,2 B) -0,5 C) -0,25
D) 0,25 E) 0,6

29. Resolver:

$$\sqrt[3]{5+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{5-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{25}$$

- A) {10} B) {15} C) {20}
D) {30} E) {5}

30. Calcular el valor de "x" en:

$$\frac{a}{ax-1} + \frac{b}{bx-1} = \frac{a+b}{(a+b)x-1}$$

- A) $\frac{2}{a+b}$ B) $\frac{2}{a-b}$ C) $\frac{a+b}{2}$
D) $\frac{a-b}{2}$ E) $\frac{2}{ab}$

31. Resolver la ecuación:

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 1; \text{ e indicar el valor recíproco de su solución.}$$

- A) 0,4 B) 0,6 C) 0,8
D) 1,25 E) 1,5

32. Hallar el valor de "x" en:

$$\sqrt{x-4a+16} = 2\sqrt{x-2a+4} - \sqrt{x}$$

- A) $\frac{a}{2}$ B) $\frac{a}{4}$ C) $\frac{a^2}{2}$
D) $\frac{a^2}{4}$ E) $\frac{a^2}{8}$

33. Calcular el valor de "x" en:

$$\frac{x-mn}{m+n} + \frac{x-mp}{m+p} + \frac{x-np}{n+p} = m+n+p$$

- A) $mn+mp+np$ B) 1
C) mnp
D) $1+mnp$ E) $m+n+p$

34. Resolver:

$$3\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + 2\left(\frac{x+1}{x-4}\right) = \frac{5x(x-1)}{x^2-3x+4}$$

- A) $\left\{\frac{4}{5}\right\}$ B) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{7}{3}\right\}$
D) $\left\{\frac{1}{6}\right\}$ E) $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

35. Calcular el valor de la expresión:

$$P = 5x^2 + x$$

Si se verifica la igualdad:

$$\frac{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x}}{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x}} = 2x$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

36. Despejar "x" en:

$$\sqrt{2a-b+3x} + \sqrt{2b-a-3x} = \sqrt{2(a+b)}$$

- A) $\frac{a-b}{4}$ B) $\frac{a+b}{3}$ C) $\frac{b-a}{4}$
D) $\frac{a+b}{2}$ E) $\frac{b-a}{2}$

37. Hallar el valor de "x" en:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-4a}}{\sqrt{x} - \sqrt{x-4a}} = a$$

- A) $(a+1)^2$ B) $(a-1)^2$ C) a^2+1
D) a^2-1 E) $a+1$

38. Resolver la ecuación de primer grado:

$$\frac{x+a}{x-2} + \frac{x-a}{x-1} = a$$

- A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ E) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$

39. Resolver:

$$\frac{x^2-6x+10}{x^2+8x+17} = \left(\frac{x+4}{x-3}\right)^{-2}$$

- A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ B) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$
D) $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$

40. Resolver:

$$\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{x-5}{x-6} + \frac{x-2}{x-3}$$

- A) {4} B) {4; 5} C) {5}
D) {5; 5} E) {6; 5}

41. Resolver para $x > 0$:

$$\frac{a+2x+\sqrt{a^2-4x^2}}{a+2x-\sqrt{a^2-4x^2}} = \frac{3x}{a}$$

- A) $\left\{\frac{\sqrt{3}a}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{\sqrt{2}a}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\sqrt{3}a}{3}\right\}$
D) $\left\{\frac{\sqrt{2}a}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{a}{2}\right\}$

42. Hallar el valor de "x" en:

$$\frac{(a+x)(a-b)}{a+b} + \frac{(a-x)(a+b)}{a-b} = \frac{(x-a)(a^2-6ab+b^2)}{a^2-b^2}$$

- A) 2a B) 3 C) 4ab
D) 3a E) ab

43. Resolver: $\left(\frac{x+3}{x-3}\right)^2 = \frac{x-1}{x+1} + \frac{2(7x+1)}{x^2-2x-3}$

- A) $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{6}\right\}$ C) $\left\{-\frac{3}{5}\right\}$
D) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{3}{5}\right\}$

44. Resolver:

$$\sqrt{x+11} + 5\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+3} + 3\sqrt{2x-3} = 9\sqrt{2}$$

- A) {16} B) {10} C) {14}
D) {12} E) {18}

45. Si la siguiente ecuación:

$$\frac{2ax-3}{x-1} + \frac{3ax-2}{x+1} = 2a+3$$

se reduce a una de 1er. grado, muestre su solución:

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) 1

46. Resolver en "x":

$$\frac{(n-1)x+a}{a+b} + \frac{(n-1)x+b}{a-b} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$$

- A) $\left\{\frac{a}{n-1}\right\}$ B) $\left\{\frac{a}{n+1}\right\}$ C) $\left\{\frac{b}{n-1}\right\}$
D) $\left\{\frac{b}{n+1}\right\}$ E) $\left\{\frac{a-b}{n}\right\}$

47. Hallar el valor de "x" en:

$$\frac{1}{a-\sqrt{a^2-x}} - \frac{1}{a+\sqrt{a^2-x}} = \frac{\sqrt{2}a}{x}$$

- A) 2a B) $\frac{a^2}{2}$ C) 4a^2
D) $\frac{a}{4}$ E) $\frac{3a^2}{8}$

48. Resolver:

$$\sqrt{4x^2+x} + \sqrt{9x^2+5x} + \sqrt{x^2+7} = 1+2x$$

- A) {6} B) {9} C) {2}
D) {3} E) {5}

49. Resolver: $\frac{3}{x} - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{x}} \sqrt{9 - \frac{36}{x}}$

- A) $\left\{\frac{1}{7}\right\}$ B) $\left\{\frac{5}{6}\right\}$ C) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{9}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$

50. Resolver: $a(x+b) = x + \sqrt[3]{b^2x} - \sqrt[3]{bx^2}$

- A) $\left\{\frac{ba^3}{(1-a)^2}\right\}$ B) $\left\{\frac{ab^2}{(1-a)^2}\right\}$
C) $\left\{\frac{ba^3}{(1-a)^3}\right\}$
D) $\left\{\frac{ab^2}{(1-a)^3}\right\}$ E) $\left\{\frac{ab}{(1-a)^2}\right\}$

51. Indicar una de las raíces de la ecuación cuadrática:

$$9nx^2 + 12(n+1)x + 8 = n^3$$

A) $\frac{n-3}{2}$ B) $\frac{n+1}{2}$ C) $\frac{n-4}{3}$

D) $\frac{n+2}{3}$ E) $\frac{n-2}{3}$

52. Resolver:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{x+a+b+2c}$$

A) $a-b$ B) $-a-b$ C) $a-c$

D) $-b-c$ E) $\frac{n-2}{3}$

53. Encontrar la suma de los valores que puede asumir "p" para que la ecuación cuadrática: $3x^2 + (p+11)x + 24 = 0$ admite como raíces a "r" y "2r".

A) -22 B) -20 C) 22
D) 20 E) -11

54. Determinar la suma de las raíces de la ecuación:

$$\frac{x+c+\sqrt{x^2-c^2}}{x+c-\sqrt{x^2-c^2}} = \frac{9(x+c)}{8c}$$

A) $\frac{2c}{7}$ B) $\frac{3c}{7}$ C) $\frac{5c}{3}$

D) $\frac{c}{21}$ E) $\frac{2c}{21}$

55. Calcular:

$$w = (5-x_1)(7+x_1)(5-x_1)(7+x_2)$$

siendo x_1 y x_2 las raíces de la ecuación:

$$x^2 - x + 1 = 0$$

A) 1120 B) 1197 C) 1161
D) 2214 E) 2050

56. Si en la ecuación:

$$\frac{x(x-1)-(m-1)}{(x-1)(m-1)} = \frac{x}{m}$$

las raíces son iguales. Hallar el valor de "m".

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

57. Resolver:

$$\sqrt{\frac{x-2}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-3}{x-2}} = \frac{5}{2}$$

e indicar la menor solución:

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{5}{3}$

D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

58. Siendo x_1 y x_2 las raíces de la ecuación:

$$2x^2 - 3x + 5 = 0. \text{ Calcular:}$$

$$W = \frac{x_1^2}{1+x_1} + \frac{x_2^2}{1+x_2}$$

A) 0,2 B) 0,5 C) 1
D) 0,7 E) 0,8

59. Hallar la menor raíz de la ecuación:

$$(K-2)x^2 - (2K-1)x + (K-1) = 0$$

sabiendo que el discriminante es 25.

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{5}$

D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

60. Si las raíces de la ecuación:

$$(3m+1)x^2 + (7m+5)x + (m+20) = 0$$

son iguales. Calcular el valor de "m".

- A) $-\frac{1}{29}$ B) $\frac{1}{29}$ C) -5
D) $\frac{1}{37}$ E) $-\frac{1}{37}$

61. Para que las raíces de la ecuación:

$$x^2 + ax + 1 = 0$$

sean no positivas. ¿Cuáles deben ser los valores de "a"?

- A) $a > 0$ B) $a < 0$ C) $a \geq 2$
D) $a \leq -2$ E) $a \in \mathbb{R}$

62. Hallar el valor de "n" para que las raíces de la ecuación:

$$\frac{x^2 + 3x}{n-1} = \frac{5x+2}{n+1}$$

sean simétricas.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

63. Las raíces x_1 y x_2 de la ecuación:

$$x^2 - 3ax + a^2 = 0$$

son tales que:

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,75$$

Calcular el valor de "a".

- A) $\pm \frac{1}{4}$ B) ± 2 C) $\pm \frac{1}{2}$
D) $\pm \frac{3}{2}$ E) $\pm \frac{2}{3}$

64. Las raíces de la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0; \text{ son } r \text{ y } s. \text{ Indicar la ecuación cuadrática cuyas raíces son: } (ar+b) \text{ y } (as+b)$$

- A) $x^2 + ax - bc = 0$
B) $x^2 + cx - ab = 0$
C) $x^2 - cx + ab = 0$
D) $x^2 - bx + ac = 0$
E) Ninguna de las anteriores.

65. Calcular el valor de "m" en la ecuación:

$$x^2 = (m+3) + (2-m)x; \text{ sabiendo que la suma de los cuadrados de sus raíces es el mínimo valor posible.}$$

- A) -4 B) 1 C) $\frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{3}$ E) 4

66. Sabiendo que x_1 y x_2 son raíces de la ecuación: $2x^2 - 2x + 1 = 0$. Calcular:

$$P = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{\left(\frac{x_2}{x_1} \right)} - \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{\left(\frac{x_1}{x_2} \right)}$$

- A) 1 B) 0 C) 2
D) -1 E) 4

67. En la ecuación: $\alpha x^2 - (\alpha - 5)x + 1 = 0$ el producto de raíces es igual a la diferencia de las mismas. Hallar la mayor raíz.

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

68. Calcular:
- $(a + b)$
- . Si las ecuaciones:

$$(7a - 2)x^2 - (5a - 3)x + 1 = 0$$

$$8bx^2 - (4b + 2)x + 2 = 0$$

son equivalentes.

- A) 8 B) 11 C) 5
D) 4 E) 9

69. Dado la ecuación:
- $3x^2 + mx + 4 = 0$
- . Hallar para que valores de "m" reales la relación entre las raíces es:

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{1}{9}$$

- A) ± 7 B) ± 4 C) ± 16
D) 7; -8 E) ± 8

70. Hallar la relación entre a, b y c si la ecuación:

$$a(b - c)x^2 + b(c - a)x + c(a - b) = 0$$

tiene raíces iguales.

- A) $b(a + c) = 2ac$ B) $a(b + c) = 2bc$
C) $ab + c = 2bc$
D) $c(a + b) = 2ab$ E) $a + b = c$

71. Un valor de x en:

$$\frac{x(x - 2a)}{\sqrt{bc}} + \frac{a - x}{\sqrt{c}} - \frac{a - x}{\sqrt{b}} = 1 - \frac{a^2}{\sqrt{bc}}$$

- A) $a + \sqrt{c}$ B) $\sqrt{b} - c$ C) $a + \sqrt{b}$
D) 1 E) $\sqrt{b} + c$

72. En la ecuación:
- $4x^2 + ax + b = 0$
- ; determine su discriminante, si sus raíces
- x_1
- y
- x_2
- satisfacen el sistema:

$$3x_1 + x_2 = -8$$

$$x_1 + 3x_2 = -4$$

- A) 30 B) 32 C) 56
D) 70 E) 44

73. Si:
- x_1
- y
- x_2
- son las raíces de la ecuación:

$$(x + 1)(x - 1) = 3x - 2$$

Hallar el valor de:

$$E = (x_1^{x_2} + x_2^{x_1})(x_1^{x_1} + x_2^{x_2})$$

- A) 15 B) 24 C) 12
D) 20 E) 25

74. Formar la ecuación de 2º grado cuyas raíces verifican las siguientes relaciones:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) = 1$$

$$(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = -2$$

e indique el coeficiente del término lineal.

- A) 12 B) -12 C) 9
D) -9 E) 10

75. Hallar el valor de "a" si las ecuaciones:

$$4x^2 = (a - 2)(1 - 2x)$$

$$4x^2 = 2x - a$$

admiten una sola raíz común.

- A) 1
B) -2
C) 3
D) Hay 2 soluciones
E) -1

76. Para que valor de "α" la diferencia de las raíces de la ecuación:

$$4x^2 - 10(\alpha + 1)x + 14\alpha + 5 = 0$$

será mínima.

- A) $\frac{11}{50}$ B) $\frac{12}{49}$ C) $-\frac{12}{49}$
D) $-\frac{13}{48}$ E) $-\frac{11}{50}$

77. De la siguiente ecuación:

$$x^3 + 3x^2 + 5x + 8 = 0$$

calcular la suma de las sextas potencias de sus raíces.

- A) 25 B) 84 C) 122
D) 232 E) 212

78. Sea la ecuación:

$$4x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 9x^2 + 3x + 1 = 0$$

forme otra ecuación de 5to. grado cuyas raíces sean las inversas de las raíces de la ecuación anterior y dar como respuesta la suma de sus productos binarios de sus raíces.

- A) -7 B) -3 C) -9
D) 9 E) 7

79. Para que valor de "a" una solución de la ecuación:

$$(x + a + 2)^4 + (x + a)^4 = 16$$

es igual a: $3 + \sqrt{b}$; donde $b \in \mathbb{Q}$

- A) -1 B) -2 C) -4
D) 7 E) 2

80. Resolver la ecuación:

$$\sqrt{3x^2 + 6x + 1} - \sqrt{3x^2 - 6x + 1} = x$$

indicar una solución.

- A) $\sqrt{\frac{140}{11}}$ B) $\sqrt{\frac{120}{11}}$ C) $\sqrt{\frac{100}{11}}$
D) $\sqrt{\frac{125}{11}}$ E) $\sqrt{\frac{130}{11}}$

81. Si la ecuación racional:

$x(x + n)(x + 2n)(x + 3n) = K$
admite dos raíces dobles. ¿Qué relación cumplen las constantes n y K ?

- A) $n^2 = K$ B) $n^4 = K$ C) $n^2 = -K$
D) $n^4 = K$ E) $n + K = 0$

82. Si: $a_1; a_2; a_3; \dots; a_n$ son las raíces de la ecuación polinomial:

$$x^n - 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

Hallar el valor de:

$$P = \prod_{k=1}^n (a_k - 2)$$

- A) -1 B) $2^n - 3$ C) $2^n - 1$
D) $2^n + 1$ E) $2^n + 3$

83. Construir una ecuación de 3er. grado cuyas raíces $x_1; x_2; x_3$ verifiquen las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -3 \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -4 \end{cases}$$

- A) $4x^3 + 8x^2 - 16x + 27 = 0$
B) $6x^3 + 12x^2 + 21x + 34 = 0$
C) $2x^3 + 4x^2 - 15x + 4 = 0$
D) $5x^3 + 10x^2 + 26x - 14 = 0$
E) $3x^3 - 12x^2 + 21x - 34 = 0$

84. Calcular el valor de:

$$w = x^{134} + \frac{1}{x^{125}}$$

si "x" satisface la ecuación:

$$x^2 + x + 1 = 0$$

- A) 1 B) -1 C) 0
D) 19 E) 2

85. En la ecuación:
- $3x^3 = 2 - 5x$

Si a ; b y c son sus raíces. Calcular:

$$a^3 + b^3 + c^3$$

- A) 9 B) 1 C) 18
D) 4 E) 6

86. En la ecuación polinomial:

$$3x^4 - 19x^3 + 22x^2 - Ax + B = 0$$

de coeficientes reales; una raíz es:

3 + 2i. Calcular la sumatoria de los productos ternarios de las raíces.

- A) $-\frac{53}{3}$ B) $\frac{53}{2}$ C) $\frac{29}{3}$
D) $-\frac{29}{3}$ E) 1

87. Si la ecuación:

$$x^4 + 39x - 22 = 0$$

Dos de las raíces suman 3. Hallar la suma de las inversas de las otras raíces.

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) 1

88. Dada la ecuación:
- $x^2 + 10x - 8 = 0$

donde: $N_n = r^n + s^n$

("r" y "s" sus raíces). Calcular:

$$P = \frac{1}{2}N_{10} + 5N_9 - 4N_8$$

- A) 1 B) 2 C) 0
D) 3 E) 5

89. Dada la ecuación:
- $x^3 - x^2 - 100 = 0$
- . Sabiendo que:
- x_1
- es la raíz real y
- x_2
- y
- x_3
- son las raíces imaginarias de la misma. Calcular:

$$K = \frac{x_1}{x_2 \cdot x_3}$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

90. Si la ecuación:
- $x^4 + ax^2 + b = 0$
- Tiene dos raíces que suman 3 y dichas raíces son también raíces de la ecuación:

$$x^3 + cx^2 + cx + 1 = 0.$$

Determinar: $a + b + c$.

- A) 10 B) -10 C) 8
D) -8 E) 0

91. Dada la ecuación polinomial:

$Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Cx^2 + Bx + A = 0$
de coeficientes reales ($A \neq 0$) tal que la suma de dos de sus raíces es 2 y el producto de las mismas es -4. Hallar: $-\frac{B}{A}$

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) -1
D) $-\frac{1}{2}$ E) 2

92. Hallar el valor entero de "m" que hace que las raíces de la ecuación:

$x^4 = (ax + m + 1)(ax - m - 1)$
estén en progresión aritmética.

Además: $a = \sqrt{3m + 4}$

- A) -5 B) -4 C) -3
D) -2 E) -1

93. Si en la ecuación cúbica:

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$
una de las raíces es igual a la suma de las otras 2. Calcular el valor de:

$$E = \frac{4pq - p^3}{r}$$

- A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

94. Dada la ecuación: $x^3 + px + q = 0$; cuyas raíces son a; b y c; hallar:

$$a^5 + b^5 + c^5$$

- A) 3pq B) pq C) 5p
D) 5q E) 5pq

95. Hallar la mejor solución real de las ecuaciones:

$$ax^4 - bx^2 - c = 0$$

$$bx^4 - cx^2 - a = 0$$

sabiendo que son equivalentes.

- A) $\frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{1+\sqrt{5}}}{2}$
C) $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-2}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{5}}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-2}}{2}$

96. Si un hombre tuviese 27 años menos el tiempo que hubiera permanecido durmiendo sería la quinta parte del tiempo que hubiera permanecido despierto si es que tuviese 27 años más. Si en el transcurso de su vida duerme un promedio de 8h diarias. ¿Cuántos años lleva durmiendo?

- A) 24 B) 21 C) 18
D) 32 E) 15

97. Una librería tiene para la venta un cierto número de libros; vende primero las $\frac{3}{8}$ partes y después le hacen un pedido de los $\frac{4}{5}$ de lo que le queda pero antes de servir este pedido se le inutilizan 1000 libros y por lo tanto enviando todos los libros útiles que le quedan, solo cubren los $\frac{3}{4}$ de la cantidad pedida. ¿Qué cantidad de libros se vendieron?

- A) 2400 B) 3200 C) 3600
D) 2700 E) 3000

98. En una reunión unos empiezan jugando, charlando otros y bailando la mitad de los reunidos. Después 5 de ellos dejan el baile por el juego; 1 deja la charla por el baile y 4 dejan el juego por la charla con lo cual resulta entonces que bailan tantos como juegan y juegan tantos como charlan. ¿Inicialmente cuántos estaban bailando o charlando?

- A) 19 B) 24 C) 18
D) 17 E) 29

99. El denominador de una fracción excede en una unidad al duplo del numerador. Se sabe también que la suma de esta fracción y el triple de su recíproco excede en 5,9 al quintuplo de la mencionada fracción. Hallar la semidiferencia entre la fracción recíproca y la fracción original.

- A) 1,1 B) 2,1 C) 0,55
D) 1,55 E) 1,05

100. Cuando tu tengas la edad que yo tengo, tendrás lo que él tenía cuando tenías la tercera parte de lo que tienes y yo tenía la tercera parte de lo que él tiene, que es 5 años más de los que tendré, cuando tengas lo que ya te dije y él tenga lo que tú y yo tenemos. Entonces yo tengo:

- A) 15 años B) 20 años C) 30 años
D) 35 años E) 42 años

**CLAVES**

1	A
2	C
3	B
4	B
5	B
6	A
7	E
8	C
9	B
10	D
11	B
12	D
13	C
14	A
15	B
16	C
17	A
18	B
19	C
20	A
21	C
22	D
23	A
24	B
25	B

26	D
27	A
28	A
29	C
30	A
31	C
32	D
33	A
34	C
35	C
36	E
37	A
38	E
39	B
40	B
41	B
42	D
43	C
44	C
45	D
46	B
47	B
48	D
49	D
50	C

51	E
52	D
53	A
54	A
55	C
56	E
57	C
58	A
59	B
60	E
61	C
62	C
63	C
64	D
65	B
66	B
67	A
68	C
69	E
70	A
71	C
72	E
73	D
74	D
75	B

76	E
77	C
78	D
79	C
80	A
81	A
82	C
83	B
84	B
85	E
86	A
87	B
88	C
89	C
90	D
91	B
92	D
93	D
94	E
95	A
96	B
97	E
98	D
99	E
100	B

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNI - UNMSM

UNI - 2008 - I

PROBLEMA 01:

Se da un número positivo que no tiene raíz cúbica exacta. Si a este número se le disminuye en 721, entonces su raíz cubica disminuye en una unidad, pero el residuo no se altera. Determine la suma de las cifras de la diferencia entre el número y el residuo.

A) 16

B) 17

C) 18

D) 19

E) 20

Resolución:

Del enunciado, se tiene el número N , que para extraerle la raíz cubica tiene el residuo R .

$$N = P^3 + R \quad \dots(1)$$

Del enunciado también se tiene:

$$N - 721 = (P - 1)^3 + R \quad \dots(2)$$

Restando (1) menos (2):

$$721 = P^3 - (P^3 - 3P^2 + 3P - 1)$$

$$721 = 3P^2 - 3P + 1$$

$$\Rightarrow 0 = 3P^2 - 3P - 720$$

$$\Rightarrow 0 = P^2 - P - 240$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 16 \\ P = -15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 16 \quad \dots(3)$$

Operando en (1):

$$N = P^3 + R$$

$$N - R = P^3$$

De (3):

$$N - R = (16)^3$$

$$N - R = 4096$$

La suma de las cifras:

$$\therefore 4 + 0 + 9 + 6 = 19$$

Rpta.: D

PROBLEMA 02: Si $\{x_1, x_2\}$ es el conjunto solución de

$$3^{|x+1|} - |3^x - 1| = 3^x + 2$$

entonces la suma de x_1 y x_2 es:

A) -4

B) -2

C) 0

D) 2

E) 4

Resolución:

En la ecuación: $3^{|x+1|} - |3^x - 1| = 3^x + 2 \quad \dots(1)$

Para la solución se presentan 2 casos:

Caso I:

$$3^x - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow 3^x \geq 3^0$$

$$\Rightarrow x \geq 0$$

Luego en (1):

$$3^{x+1} - (3^x - 1) = 3^x + 2$$

$$3^{x+1} - 3^x + 1 = 3^x + 2$$

$$3^x(3 - 1 - 1) + 1 = 2$$

$$3^x = 1$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad \dots(2)$$

Caso II:

$$3^x - 1 < 0$$

$$3^x < 1 \Rightarrow x < 0$$

Luego en (1):

$$3^{|x+1|} - [-(3^x - 1)] = 3^x + 2$$

$$3^{|x+1|} + 3^x - 1 = 3^x + 2$$

$$3^{|x+1|} = 3^1$$

$$\Rightarrow |x+1| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x+1=1 \Rightarrow x=0; (\text{no}) \\ -(x+1)=1 \Rightarrow x=-2; (\text{si}) \end{cases}$$

El conjunto solución de la ecuación (1) es:

$$C.S. = \{0; -2\}$$

La suma de estas raíces:

$$\therefore x_1 + x_2 = 0 + (-2) = -2$$

Rpta.: B

PROBLEMA 03: Sea la ecuación $4x^2 - 2x + 3 = 0$, cuyas raíces son a y b . Halle otra ecuación cuadrática que tenga por raíces $(2a-1)$ y $(2b-1)$.

A) $y^2 - y + 1 = 0$

B) $y^2 - y - 2 = 0$

C) $y^2 + y + 3 = 0$

D) $y^2 - \frac{1}{2}y - 2 = 0$

E) $y^2 - \frac{1}{4}y + 3 = 0$

Resolución:

Se da la ecuación: $4x^2 - 2x + 3 = 0$... (1)

Donde a, b son las raíces

El teorema de Cardano:

Si $Ax^2 + Bx + C = 0$, donde $A \neq 0$, y x_1, x_2 sus raíces, entonces:

$$x_1 + x_2 = -\frac{B}{A} \quad \dots (2)$$

$$x_1 x_2 = \frac{C}{A} \quad \dots (3)$$

Aplicando (2) para la ecuación (1):

$$a + b = \frac{-(-2)}{4} = \frac{1}{2} \quad \dots (4)$$

Aplicando (3) para la ecuación (1):

$$ab = \frac{3}{4} \quad \dots (5)$$

La ecuación cuadrática cuyas raíces son $(2a-1)$ y $(2b-1)$

$$(y - (2a-1))(y - (2b-1)) = 0$$

$$(y - 2a + 1)(y - 2b + 1) = 0$$

$$y^2 - 2by + y - 2ay + 4ab - 2a + y - 2b + 1 = 0$$

$$y^2 - 2y[(b+a) - 1] + 4(ab) - 2(a+b) + 1 = 0$$

De (2). (3):

$$y^2 - 2y\left[\left(\frac{1}{2}\right) - 1\right] + 4\left(\frac{3}{4}\right) - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\therefore y^2 + 3y + 3 = 0$$

Rpta.: C

PROBLEMA 04: Dada la función $f(x) = \frac{5x^2 - 7x - 6}{x + 3/5}$, definida sobre $\left(-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\right]$. Halle el rango de $|f|$.

A) $\left(-\frac{13}{5}; -\frac{7}{5}\right]$

B) $\left[-\frac{13}{5}; -\frac{7}{5}\right)$

C) $\left[\frac{7}{5}; \frac{13}{5}\right)$

D) $[7; 13]$

E) $(7; 13]$

Resolución:

Dada la función:

$$f(x) = \frac{5x^2 - 7x - 6}{x + \frac{3}{5}}; x \in \left(-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\right] \quad \dots(1)$$

$$f(x) = \frac{5x^2 + 3x - 10x - 6}{x + \frac{3}{5}}$$

$$f(x) = \frac{5x\left(x + \frac{3}{5}\right) - 10\left(x + \frac{6}{10}\right)}{x + \frac{3}{5}}$$

$$f(x) = 5x - 10; x \neq -\frac{3}{5}; \text{ si cumple}$$

Del intervalo de la expresión (1):

$$-\frac{3}{5} < x \leq \frac{3}{5}$$

$$-3 < 5x \leq 3$$

$$-13 < 5x - 10 \leq -7$$

$$-13 < f(x) \leq -7$$

$$\Rightarrow 7 \leq |f(x)| < 13$$

$$\therefore \text{Ran}[|f(x)|] = [7; 13)$$

Rpta.: D

PROBLEMA 05: Halle el valor numérico de

$$P = \left(\frac{n^{-3} + m^{-3}}{m^{-3} \cdot n^{-3}} \right)^{-1}$$

$$\text{Si } m+n = \sqrt[3]{12} ; , sm = 2\sqrt[3]{18}$$

A) -24

B) -12

C) $-\frac{1}{24}$

D) $\frac{1}{24}$

E) $\frac{1}{12}$

Resolución:

Si se tiene:

$$m + n = \sqrt[3]{12} ; mn = 2\sqrt[3]{18}$$

...(*)

Para hallar el valor numérico de:

$$P = \left(\frac{n^{-3} + m^{-3}}{m^{-3} n^{-3}} \right)^{-1}$$

$$P = \left(\frac{\frac{1}{n^3} + \frac{1}{m^3}}{\frac{1}{m^3} \cdot \frac{1}{n^3}} \right)^{-1}$$

$$P = \frac{1}{\frac{\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{m^3} \cdot \frac{1}{n^3}}}$$

$$P = \frac{1}{\frac{\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{m^3} \cdot \frac{1}{n^3}}}$$

$$P = \frac{1}{\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3}}$$

Aplicando identidades algebraicas:

$$P = \frac{1}{(m+n)(m^2 + n^2 - mn)}$$

$$P = \frac{1}{(m+n)(m^2+n^2+2mn-3mn)}$$

$$P = \frac{1}{(m+n)((m+n)^2-3mn)}$$

De(*):

$$P = \frac{1}{\sqrt[3]{12} \left[\left(\sqrt[3]{12} \right)^2 - 3 \left(2\sqrt[3]{18} \right) \right]}$$

$$P = \frac{1}{12-36}$$

$$P = -\frac{1}{24}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 06: Sean A y B matrices de orden 2×2 . señale la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F) :

- I. Si $A^2=0 \Rightarrow A=0$
- II. Si $AB=0 \Rightarrow A=0$ ó $B=0$
- III. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

A) VVV

B) VVF

C) FFV

D) FFF

E) FVV

Resolución:Si se tiene matrices A y B de orden 2×2 .

Analizando las proposiciones:

- I. Si $A^2=0 \Rightarrow A=0$. Falsa (F)

Si $A^2=0$, A no es necesariamente igual a la matriz nula.

- II. Si $AB=0 \Rightarrow A=0$ ó $B=0$. Falsa (F)

Si $AB = 0$, A y B no necesariamente son iguales a la matriz nula.

III. $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$. Falsa (F):

$$(A + B)(A - B) = A^2 - AB + BA - B^2$$

Rpta.: D

PROBLEMA 07:

Un grupo de estudiantes decide aportar en cantidades iguales para contratar un profesor de física. Si hubieran 10 estudiantes más, cada uno pagaría S/.10 menos. Sin embargo, si el número de estudiantes fuera 2 menos, cada uno pagaría S/. más. ¿Cuántos estudiantes forman el grupo y cuanto se le paga al profesor?

A) 20 ; S/.120

B) 10 ; S/.200

C) 8 ; S/.160

D) 8 ; S/.200

E) 20 ; S/.200

Resolución:

Sea n el número de estudiantes, y x lo que paga cada alumno, y P la cantidad que se paga al profesor, entonces:

$$nx = P \quad \dots(1)$$

I. Si hubieran 10 estudiantes más, entonces cada uno pagaría S/.10 menos:

$$(n + 10)(x - 10) = P \quad \dots(2)$$

II. Si el número de estudiantes fueran 2 menos cada uno pagaría S/.5 más

$$(n - 2)(x + 5) = P \quad \dots(3)$$

Ahora resolveremos el sistema de ecuaciones de (1), (2) y (3):

Igualando (1) y (2): $nx = (n + 10)(x - 10)$

$$nx = nx - 10n + 10x - 100$$

$$\Rightarrow n = x - 10 \quad \dots(4)$$

Igualando (1) y (3): $nx = (n - 2)(x + 5)$

$$nx = nx + 5n - 2x - 10$$

$$0 = 5n - 2x - 10$$

De (4): $0 = 5n(x - 10) - 2x - 10$

$$\Rightarrow x = 20 \quad \dots(5)$$

Reemplazando el valor de $x = 20$ en (4):

$$n = 20 - 10 = 10 \quad \dots(6)$$

Reemplazando (5) y (6) en (1):

$$10(20) = P \Rightarrow P = 200$$

El número de estudiantes es 10 y se le paga al profesor S/.200.

Rpta.: B

PROBLEMA 08:

Al maximizar: $x + y$; $x, y \in \mathbb{R}$ sujeto a las siguientes condiciones:

$$2x + 3y \geq 6 \quad x \geq 0$$

$$2x + y \leq 6 \quad y \geq 0$$

$$y \leq 4$$

Indique la alternativa correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. Los puntos (2; 2) y (4; 1) pertenecen a la región admisible.
- II. La región admisible es un polígono de cuatro lados.
- III. El valor óptimo es 5.

A) VVF

B) VVV

C) VFV

D) FVV

E) FVF

Resolución:

Para maximizar:

$$x + y ; x, y \in \mathbb{R}$$

Sujeto a las siguientes condiciones

$$2x + 3y \geq 6 \Rightarrow L_1 : y = -\frac{2}{3}x + 2$$

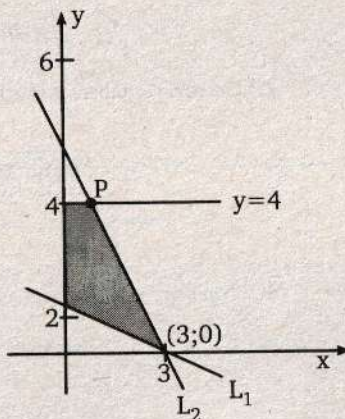
$$2x + y \leq 6 \Rightarrow L_2 : y = -2x + 6$$

$$y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Graficando estas 5 inecuaciones en el plano cartesiano para hallar al región admisible.



En las proposiciones:

- I. "Los puntos (2; 2) y (4; 1) pertenecen a la región admisible". Falso(F)

Del gráfico se puede observar que:

(2; 2) si pertenece

(4; 1) no pertenece

- II. "La región admisible es un polígono de cuatro lados". verdadero(V)

- III. "El valor óptimo es 5". verdadero(V)

Verificación:Interceptamos las rectas $L: y = 4$ con L_2

$$4 = -2x + 6$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow P = (1; 4)$$

Luego: $(x + y)_{\max} = 1 + 4 = 5$ **Rpta.: D**

PROBLEMA 09: Sean a y b números reales. Si se cumple que $x_{n+1} = ax_n + b$, $n = 0; 1; 2; \dots$ entonces

A) $x_n = n(x_0 + b)$, si $a = 1$ y $x_n = a^n x_0 + \left(\frac{1 - a^n}{1 - a}\right)b$, si $a \neq 1$

B) $x_n = x_0 + nb$, si $a = 1$ y $x_n = a^n x_0 + \left(\frac{1 - a^n}{1 - a}\right)b$, si $a \neq 1$

C) $x_n = nx_0 + b^n$, si $a = 1$ y $x_n = (1 - n)x_0 + a^n b$, si $a \neq 1$

D) $x_n = x_0^n + nb$, si $a = 1$ y $x_n = ax_0 + \left(\frac{1 + a^n}{1 + a}\right)b$, si $a \neq 1$

E) $x_n = (1 - n)x_0 - nb$, si $a = 1$ y $x_n = (1 - a)x_0 + \left(\frac{1 - a^n}{1 + a}\right)b$, si $a \neq 1$

Resolución:

Dada la expresión:

$$x_{n+1} = ax_n + b; n = 0; 1; 2; 3 \dots \dots (1)$$

Donde a y b son números realesEn (1), si $a = 1$:

$$x_{n+1} = x_n + b; n = 0; 1; 2; 3 \dots$$

Evaluando:

$$n = 0: \quad x_{0+1} = x_1 = x_0 + b \quad \dots(2)$$

$$n = 1: \quad x_{1+1} = x_2 = x_1 + b$$

$$\begin{aligned} \text{De (2):} \quad x_2 &= (x_0 + b) + b \\ x_2 &= x_0 + 2b \quad \dots(3) \end{aligned}$$

$$n = 2: \quad x_{2+1} = x_3 = x_2 + b$$

$$\begin{aligned} \text{De(3):} \quad x_3 &= (x_0 + 2b) + b \\ x_3 &= x_0 + 3b \quad \dots(4) \end{aligned}$$

Observando (2), (3) y (4) se puede inducir a:

$$x_n = x_0 + nb$$

En (1), si $a \neq 1$:

$$x_{n+1} = ax_n + b; n = 0; 1; 2; 3; \dots$$

Evaluando:

$$n = 0: \quad x_{0+1} = x_1 = ax_0 + b \quad \dots(5)$$

$$n = 1: \quad x_{1+1} = x_2 = ax_1 + b$$

$$\begin{aligned} \text{De (5):} \quad &= a(ax_0 + b) + b \\ &= a^2x_0 + b(a + 1) \quad \dots(6) \end{aligned}$$

$$n = 2: \quad x_{2+1} = x_3 = ax_2 + b$$

$$\begin{aligned} \text{De (6):} \quad &= a[a^2x_0 + b(a + 1)] + b \\ &= a^3x_0 + b(a^2 + a + 1) \quad \dots(7) \end{aligned}$$

Analizando (5), (6) y (7) se llega a la siguiente regla de correspondencia:

$$x_n = a^n x_0 + b(a^n + a^{n-1} + \dots + a^3 + a^2 + a + 1)$$

Por cocientes notables se reduce a:

$$x_n = a^n x_0 + b \left(\frac{a^n - 1}{a - 1} \right)$$

$$= a^n x_0 + b \left(\frac{1 - a^n}{1 - a} \right)$$

Finalmente se concluye:

$$\text{Si } a = 1 ; x_n = x_0 + nb$$

$$\text{Si } a \neq 1 ; x_n = a^n x_0 + b \left(\frac{1 - a^n}{1 - a} \right)$$

Rpta.: B

UNI - 2008 - II

PROBLEMA 10: Al resolver el sistema siguiente

$$\sqrt[3]{x+y+2} - \sqrt{2x-3y-7} = -3$$

$$2\sqrt[3]{x+y+2} + 3\sqrt{2x-3y-7} = 14$$

se obtiene que el valor de $(x+y)$ es:

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

Resolución:

En el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sqrt[3]{x+y+2} - \sqrt{2x-3y-7} = -3 \quad \dots(1)$$

$$2\sqrt[3]{x+y+2} + 3\sqrt{2x-3y-7} = 14 \quad \dots(2)$$

Si hacemos que :

$$x+y+2 = a \quad \dots(*)$$

$$2x-3y-7 = b$$

Si reemplazamos estas equivalencias en las ecuaciones (1) y (2) se obtiene

el sistema equivalente:

$$\sqrt[3]{a} - \sqrt{b} = -3 \quad \dots(1^*)$$

$$2\sqrt[3]{a} + 3\sqrt{b} = 14 \quad \dots(2^*)$$

De la expresión (1*):

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt{b} - 3 \quad \dots(*)$$

Reemplazando (3) en la expresión (2*):

$$2(\sqrt{b} - 3) + 3\sqrt{b} = 14 \Rightarrow \sqrt{b} = 4$$

Reemplazando $\sqrt{b} = 4$ en (3):

$$\sqrt[3]{a} = (4) - 3 = 1 \Rightarrow a = 1$$

Reemplazando el valor de $a = 1$ en (*):

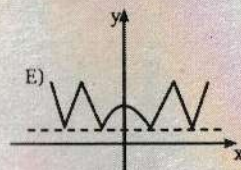
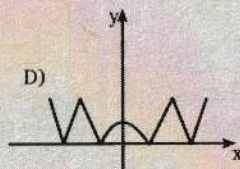
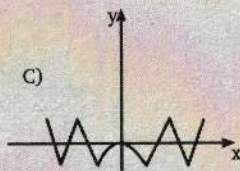
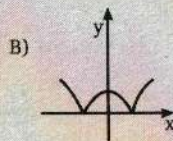
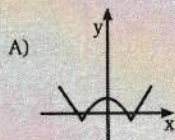
$$x + y + 2 = (1)$$

$$\Rightarrow x + y = -1$$

Rpta.: B

PROBLEMA 11:

Indique la gráfica que mejor presenta a $f(x) = \left| x^2 - 4 \right| - 3$; $x \in \mathbb{R}$



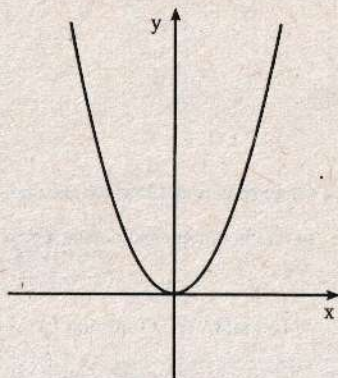
Resolución:

Para representar a la gráfica de la función:

$$f(x) = |x^2 - 4| - 3; x \in \mathbb{R}$$

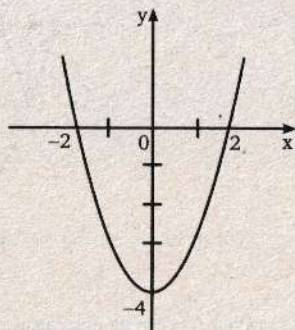
Empezaremos graficando la función similar más simple, para luego avanzando paso a paso hasta obtener la función indicada, así:

- 1) Gráfica de la función $f_1(x) = x^2$.



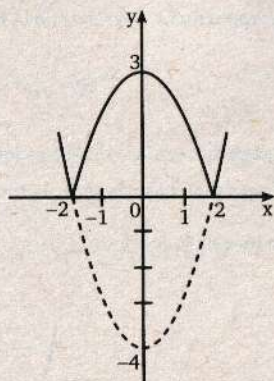
Es la gráfica de la parábola que se abre hacia arriba, su vértice V se encuentra en el punto (0 ; 0).

- 2) Gráfica de la función $f_2(x) = |x^2 - 4|$



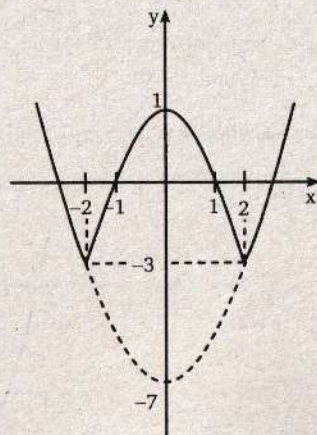
La función $f_1(x)$ se ha desplazado 4 unidades hacia abajo. Es una parábola de la forma: $y = x^2 - 4$

- 3) Gráfica de la función $f_3(x) = |x^2 - 4|$



Como se ha tomado valor absoluto a la curva $f_2(x)$, entonces ahora la curva se refleja por encima del eje X.

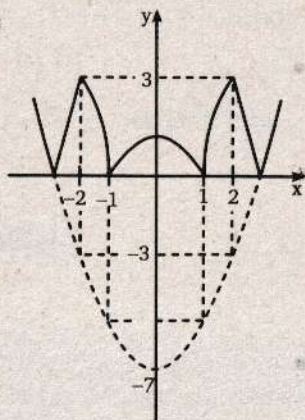
4) La gráfica de la función: $f_4(x) = |x^2 - 4| - 3$



A la gráfica $f_3(x)$ se ha desplazado 3 unidades hacia abajo.

5) Finalmente graficamos la función:

$$f(x) = ||x^2 - 4| - 3|$$



Similar al caso 3 la curva se refleja por encima del eje X.

Rpta.: D

PROBLEMA 12:

Determine el conjunto solución de la inequación : $4^x - 4^{-x} < 1$

A) $\left\langle 0; \log_4 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \right\rangle$

B) $\langle -\infty; 0 \rangle$

C) $\left\langle -\infty; \log_4 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \right\rangle$

D) $\left\langle -\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right\rangle$

E) $\left\langle -\infty; \log_4 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) \right\rangle$

Resolución:

Para hallar el conjunto solución de la inequación:

$$4^x - 4^{-x} < 1$$

$$\Rightarrow 4^x - \frac{1}{4^x} < 1 \quad \dots(1)$$

Se observa que $4^x > 0$. Ahora hagamos :

$$4^x = y \quad \dots(2)$$

Donde:

$$y > 0 \quad \dots(3)$$

Luego (2) en (1):

$$y - \frac{1}{y} < 1$$

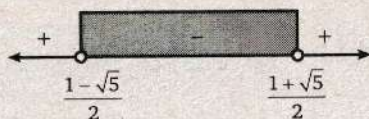
$$y^2 - 1 < y$$

$$y^2 - y - 1 < 0$$

$$\left(y - \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) \left(y - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) < 0$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \wedge y_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Por el método de puntos de corte:



$$\Rightarrow S_1 = \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

Pero considerando (3):

$$S = \left(0; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right), \text{ o}$$

$$0 < y = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

De (2):

$$0 < 4^x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Aplicando logaritmos:

$$\log_4 0 < \log_4 (4^x) < \log_4 \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$-\infty < x < \log_4 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow x \in S = \left(-\infty ; \log_4 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \right)$$

Rpta.: C

PROBLEMA 13: Si A y B son matrices de orden 3×3 y $r \neq 0$ un número real, indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. $\det(AB) = \det(A) \det(B)$
- II. $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$
- III. $\det(rA) = r \det(A)$

A) VVV

B) VVF

C) FVV

D) VFF

E) FFF

Resolución:

Matrices y Determinantes

Para las matrices A y B de orden 3×3 y el número real $r \neq 0$, se tiene las proposiciones:

- I. " $\det(AB) = \det(A)\det(B)$." verdadero(V)

Sustentación:

Por propiedad de determinantes de matrices:

$$\det(AB) = \det(A)\det(B)$$

- II. " $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$." falso(F)

Sustentación:

Como ejemplo, supongamos que $A=B=I$ (matriz identidad), entonces por propiedad:

$$\det(I) = 1$$

En la expresión:

$$\det(A+B) = \det(I+I) = \det(2I) = 8$$

Si aplicamos la igualdad del enunciado:

$$\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$$

$$\det(I+I) = \det(I) + \det(I)$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

!Se obtiene otro resultado!. La proposición es incorrecta.

III. $\det(rA) = r \det(A)$

falso(F)

Sustentación:

Por teoría de matrices y determinantes se conoce que:

$$\det(rA) = r^3 \det(A)$$

Por ejemplo si $A=I$ y $r=3$

$$\det(3I) = 3^3 \det(I) = 27$$

Las proposiciones quedan definidas así:

VFF

Rpta.: D

PROBLEMA 14: Tres números positivos forman una progresión aritmética y además su suma es 21. Si a esos números añadimos 2, 3 y 9 respectivamente, obtenemos una progresión geométrica. Hallar el producto de esos números

A) 231

B) 264

C) 273

D) 308

E) 420

Resolución:

Sean $a; b; c$ los números positivos que forman la progresión aritmética tal que:

$$a + b + c = 21$$

$$\Rightarrow a + c + b = 21 \quad \dots(1)$$

Por propiedad de progresiones aritméticas:

$$\frac{a+c}{2} = b \Rightarrow a+c = 2b \quad \dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$2b + b = 21$$

$$\Rightarrow b = 7 \quad \dots(3)$$

Reemplazando (3) en (2):

$$a + c = 2(7)$$

$$\Rightarrow c = 14 - a \quad \dots(4)$$

Del enunciado del problema: si a los números positivos añadimos 2, 3 y 9 respectivamente, obtenemos una progresión geométrica.

$$a + 2; b + 3; c + 9$$

Por propiedad de progresiones aritméticas:

$$(a + 2)(c + 9) = (b + 3)^2$$

$$ac + 9a + 2c + 18 = (b + 3)^2$$

$$\text{De (3):} \quad ac + 9a + 2c + 18 = (7 + 3)^2$$

$$\text{De (4):} \quad a(14 - a) - a + 9a + 2(14 - a) + 18 = 100$$

$$14a - a^2 + 9a + 28 - 2a - 82 = 0$$

$$-a^2 + 21a - 54 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = 3 \quad \dots(5)$$

$$a_2 = 18 \quad \dots(6)$$

Reemplazando $a_1 = 3$ en (4):

$$c = 14 - (3) = 11$$

Los números que forman la progresión aritmética:

$$a = 3; b = 7; c = 11$$

Reemplazando $a_2 = 18$ en (4):

$$c = 14 - (18) = -4$$

Los números que forman la progresión aritmética:

$$a = 18; b = 7; c = -4$$

Estos números se descartan porque contienen un número negativo, lo cual contradice las condiciones del problema.

Luego el producto de los tres números es:

$$abc = (3)(7)(11) = 231$$

Rpta.: A

PROBLEMA 15: ¿Cuáles de los sistemas de ecuaciones está representada por la gráfica adjunta?

I. $x - y = -1$

II. $6x + y = 8$

III. $x - y = -1$

$6x + y = 8$

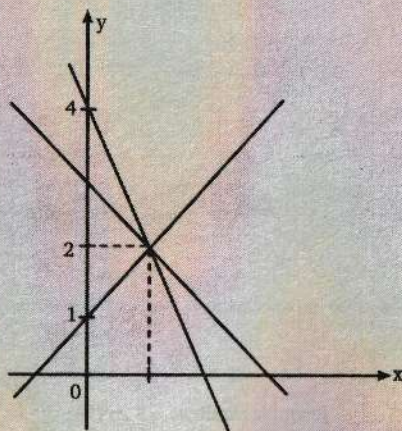
$x + y = 3$

$2x + y = 4$

$x + y = 3$

$2x - y = 0$

$x + y = 3$



A) Solo I

B) Solo I y III

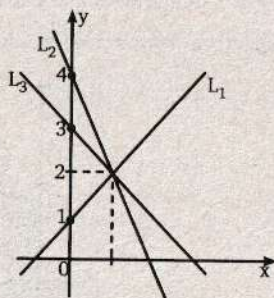
C) Solo III

D) Solo I y II

E) Solo II

Resolución:

En el gráfico que se da en el enunciado:



Para la recta $L_1 : y = m_1x + 1$

Para la recta $L_2 : y = m_2x + 3$

Para la recta $L_3 : y = m_3x + 4$

Las rectas cortan al eje Y en 1, 3 y 4

En el sistema de ecuaciones I:

$$x - y = -1 \Rightarrow y = x + 1$$

$$6x + y = 8 \Rightarrow y = -6x + 8 \text{ (Incorrecta)}$$

$$x + y = 3 \Rightarrow y = -x + 3$$

En el sistema de ecuaciones II:

$$6x + y = 8 \Rightarrow y = -6x + 8 \text{ (Incorrecta)}$$

$$x + y = 3 \Rightarrow y = -x + 3$$

$$2x - y = 0 \Rightarrow y = 2x + 0 \text{ (Incorrecta)}$$

En el sistema de ecuaciones III:

$$x - y = -1 \Rightarrow y = x + 1$$

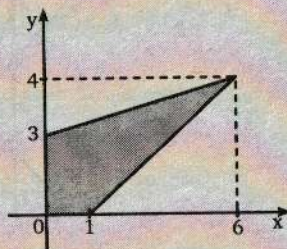
$$2x + y = 4 \Rightarrow y = -2x + 4$$

$$x + y = 3 \Rightarrow y = -x + 3$$

Rpta.: C

PROBLEMA 16:

Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función definida por $f(x, y) = -3x + y$. Determine el punto de la región convexa mostrada en la figura, donde f alcanza su mínimo.



A) (2;3)

B) (2;0)

C) (0;3)

D) (6;4)

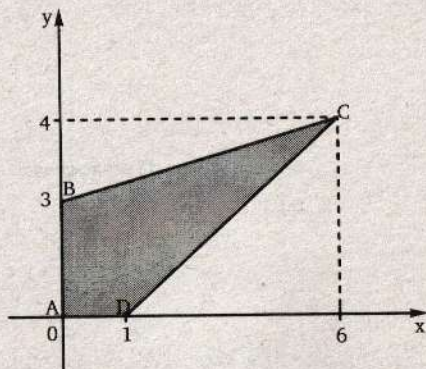
E) (4;6)

Resolución:

En la función definida por :

$$f(x, y) = -3x + y \quad \dots(1)$$

Representada por la región convexa ABCD que se muestra en el gráfico:



Cuyos vértices son:

$$A = (0;0) ; B = (0;3) ; C = (6;4) ; D = (1;0) \quad \dots(2)$$

Los valores máximos y mínimos de una función objeto como la función $f(x,y)$, definida sobre la región indicada, se encuentra en los vértices:

$$A = (0;0) : f(x,y) = -3x + y$$

$$B = (0;3): \quad f(0;0) = -3(0) + (3) = 0 \quad \dots(\text{máximo})$$

$$C = (6;4): \quad f(6;4) = -3(6) + (4) = -14 \quad \dots(\text{mínimo})$$

$$D = (1;0): \quad f(1;0) = -3(1) + (0) = -3$$

Luego podemos afirmar que la función $f(x;y)$

alcanza un valor mínimo en el punto $(6;4)$

Rpta.: D

PROBLEMA 17: Sea la sucesión definida por $b_{n+1} = b_n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}$, donde $b_1 = \frac{1}{2}$

Entonces la sucesión converge al valor:

A) $-\frac{1}{2}$

B) 0

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

E) 1

Resolución:

La sucesión esta definida por:

$$b_{n+1} = b_n + \left(\frac{1}{3}\right)^n; \quad n \in \mathbb{N} \quad \dots(1)$$

y el primer termino, por dato:

$$b_1 = \frac{1}{2} \quad \dots(2)$$

El segundo termino, de (1):

$$b_2 = b_1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

De (2):

$$b_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^1 \quad \dots(3)$$

El tercer termino, de (1):

$$b_3 = b_2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

De (3):
$$b_3 = \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \dots(4)$$

El cuarto termino de (1):

$$b_4 = b_3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

De (4):
$$b_4 = \left(-\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad \dots(5)$$

El enésimo termino de (1):

$$b_n = b_{n-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

De (n-1):
$$b_n = \left(-\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$b_n = -\frac{1}{2} - 1 + \left[1 + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right]$$

$$b_n = -\frac{1}{2} - 1 + \left[\frac{1 - (1/3)^n}{1 - 1/3}\right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\frac{3}{2} + \left[\frac{1-0}{1-1/3}\right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$$

Rpta.: B

PROBLEMA 18: La inecuación $x^2 - 2bx - c < 0$ tiene como conjunto solución $\langle -3; 5 \rangle$, halle $b+c$.

A) 16

B) 18

C) 20

D) 22

E) 24

Resolución:

De la inecuación:

$$x^2 - 2bx - c < 0 \quad \dots(1)$$

Se sabe que su conjunto solución es.

$$C.S. = \langle -3 ; 5 \rangle \quad \dots(2)$$

Por otro lado si hallamos el conjunto solución de la inecuación (1), aplicando el método de puntos críticos:

$$\begin{aligned} & \left[x - (b - \sqrt{b^2 + c}) \right] \left[x - (b + \sqrt{b^2 + c}) \right] < 0 \\ \Rightarrow C.S. &= \langle b - \sqrt{b^2 + c} ; b + \sqrt{b^2 + c} \rangle \quad \dots(3) \end{aligned}$$

Comparando (2) y (3) se tiene que:

$$b - \sqrt{b^2 + c} = -3$$

$$b + \sqrt{b^2 + c} = 5$$

Sumando miembro a miembro se obtiene:

$$b = 1$$

Reemplazando el valor deben (4):

$$(1) - \sqrt{(1)^2 + c} = -3$$

$$\sqrt{1 + c} = 4$$

$$1 + c = 16 \Rightarrow c = 15$$

Finalmente calculamos:

$$b + c = 1 + 15 = 16$$

Rpta.: A

PROBLEMA 19: Sea el número complejo

$$W = \frac{[\cos(12^\circ) + i \sin(12^\circ)]^4}{[\cos(6^\circ) + i \sin(6^\circ)]^{11}} \cdot \frac{[\sqrt{2}(\cos 8^\circ) + i \sin(8^\circ)]^{11}}{[\sin(80^\circ) + i \cos(80^\circ)]}$$

La forma polar de W es:

A) $8\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{3}}$

B) $16\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{6}}$

C) $16\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{3}}$

D) $32\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{6}}$

E) $32\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{3}}$

Resolución:

Por teoría de números complejos se puede definir las igualdades:

- $\cos 12^\circ + i \sin^\circ = e^{i12^\circ}$
- $\cos 8^\circ + i \sin 8^\circ = e^{i8^\circ}$
- $\cos 6^\circ + i \sin 6^\circ = e^{i6^\circ}$
- $\sin 80^\circ + i \cos 80^\circ = i \left(\cos 80^\circ + \frac{1}{i} \sin 80^\circ \right)$
 $= i [\cos 80^\circ + (-i) \sin 80^\circ]$
 $= i [\cos(-80^\circ) + i \sin(-80^\circ)]$
 $= i e^{-i80^\circ} ; i = e^{i90^\circ}$
 $= e^{i90^\circ} \cdot e^{-i80^\circ}$
 $= e^{i10^\circ}$

En la expresión del enunciado del problema:

$$W = \frac{[\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ]^4 [\sqrt{2}(\cos 8^\circ + i \sin 8^\circ)]^{11}}{[\cos 6^\circ + i \sin 6^\circ]^{11} [\sin 80^\circ + i \cos 80^\circ]}$$

Reemplazando las igualdades definidas anteriormente en esta expresión:

$$W = \frac{[\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ]^4 [\sqrt{2}(\cos 8^\circ + i \sin 8^\circ)]^{11}}{[\cos 6^\circ + i \sin 6^\circ]^{11} [e^{i90^\circ} \cdot e^{-i80^\circ}]}$$

$$= \frac{[e^{i12^\circ}]^4 [\sqrt{2}e^{i8^\circ}]^{11}}{[e^{i6^\circ}]^{11} e^{i10^\circ}}$$

$$= \frac{(e^{i48^\circ}) \left(2^{\frac{11}{2}} e^{i88^\circ} \right)}{(e^{i66^\circ}) e^{i10^\circ}}$$

$$= \frac{2^{\frac{11}{2}} e^{i136^\circ}}{e^{i76^\circ}}$$

$$= 2^{\frac{11}{2}} e^{i60^\circ}$$

$$= 32\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 20: El número $(1+i)^{\frac{n+m}{3}}$ para n y $m \in \mathbb{N}$ puede representarse como:

A) $2^{\frac{n+m}{3}} \left(\cos \frac{(n+m)\pi}{6} + i \sin \frac{(n+m)\pi}{6} \right)$

B) $2^{\frac{n+m}{3}} \left(\cos \frac{(n+m)\pi}{3} + i \sin \frac{(n+m)\pi}{6} \right)$

C) $2^{\frac{n+m}{6}} \left(\cos \frac{(n+m)\pi}{12} + i \sin \frac{(n+m)\pi}{12} \right)$

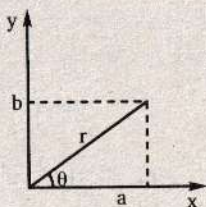
D) $2^{\frac{n+m}{6}} \left(\sin \frac{(n+m)\pi}{12} + i \cos \frac{(n+m)\pi}{12} \right)$

E) $2^{\frac{n+m}{2}} \left(\sin \frac{(n+m)\pi}{3} + i \cos \frac{(n+m)\pi}{3} \right)$

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 08

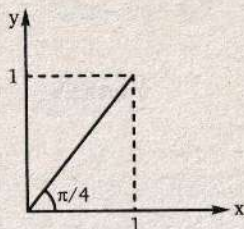
Resolución:

Por teoría se define:



$$a + ib = \sqrt{a^2 + b^2} e^{i\theta} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} a + ib &= r e^{i\theta} \\ &= r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad \dots(2) \end{aligned}$$

Si $a=1$ y $b=1$:

$$1 + i = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \quad \dots(3)$$

En la expresión del enunciado:

$$\begin{aligned} (1+i)^{\frac{m+n}{3}} &= \left(\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \right)^{\frac{m+n}{3}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} \left(\frac{m+n}{3} \right)} e^{i\frac{\pi}{4} \left(\frac{m+n}{3} \right)} \\ &= 2^{\frac{m+n}{6}} e^{i\frac{(m+n)\pi}{12}} \\ &= 2^{\frac{m+n}{6}} \left(\cos \frac{(m+n)\pi}{12} + i \sin \frac{(m+n)\pi}{12} \right) \end{aligned}$$

Rpta.: C

UNMSM - 2011 - I

PROBLEMA 21: Halle el resto de dividir
 $4(3x-7)^8 - (3x-5)^5 + 8$ por $x-3$, en $\mathbb{R}[x]$

- A) 32 B) -16 C) 8
 D) -5 E) 12

Resolución: Sean: $P(x) = 4(3x-7)^8 - (3x-5)^5 + 8$
 Por teorema del resto $x=3$:

$$\Rightarrow R(x) = 4[3(3)-7]^8 - [3(3)-5]^5 + 8$$

$$R(x) = 2^{10} - 2^{10} + 8$$

$$\therefore R(x) = 8$$

Rpta.: C

PROBLEMA 22: Sea $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{5}$, indique el polinomio cuya raíz es α^2 .

- A) $x^2 + \sqrt{5}x + 1$ B) $x^6 - 2x + 2$ C) $x^4 + \sqrt{2}x + \sqrt{5}$
 D) $x^4 + \sqrt{5}x + \sqrt{2}$ E) $x^2 - 14x + 9$

Resolución: Sea: $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

$$\Rightarrow \alpha^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 \Rightarrow \alpha^2 = 7 + 2\sqrt{10}$$

Por teoría la otra raíz será:

$$7 - 2\sqrt{10}$$

Reconstruyendo el polinomio:

$$P(x) = [x - (7 + 2\sqrt{10})][x - (7 - 2\sqrt{10})]$$

$$\Rightarrow P(x) = x^2 - 14x + 9$$

Rpta.: E

PROBLEMA 23: Los números positivos x e y satisfacen el sistema:

$$2\log_3 x + 2\log_3 y = 0$$

$$\log_2 x - \log_2 y = 2$$

halle $x+y$.

A) $\frac{9}{4}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{5}{2}$

D) 1

E) $\frac{4}{5}$

Resolución:

Sea el sistema:

$$2\log_3 x + 2\log_3 y = 0 \quad \dots(\alpha)$$

$$\log_2 x - \log_2 y = 2 \quad \dots(\beta)$$

$$\text{De } (\alpha): \quad 2\log_3 x + 2\log_3 y = 0 \Rightarrow \log_3 x + \log_3 y = 0$$

$$\Rightarrow \log_3 (xy) = 0$$

$$\Rightarrow xy = 1 \quad \dots(\text{I})$$

$$\text{De } (\beta): \quad \log_2 x - \log_2 y = 2 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = 4 \quad \dots(\text{II})$$

$$(\text{II}) \text{ en } (\text{I}): \quad x \left(\frac{x}{4} \right) = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 (x > 0)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\text{Nos piden:} \quad x + y = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 24: Resuelva la ecuación:

$$2^{2x+2} - 5(6^x) = 3^{2x+2}$$

Luego calcule 5^x .

A) $\frac{1}{5}$

B) $\frac{1}{125}$

C) 25

D) $\frac{1}{25}$

E) 125

Resolución:

Sea la ecuación:

$$2^{2x+2} - 5(6^x) = 3^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 2^{2x} \cdot 2^2 - 5(2^x)(3^x) = 3^{2x} \cdot 3^2$$

$$\Rightarrow 4(2^x)^2 - 5(2^x)(3^x) - 9(3^x)^2 = 0$$

$$\Rightarrow [4(2^x) - 9(3^x)](2^x + 3^x) = 0$$

$$\Rightarrow 4(2^x) - 9(3^x) = 0$$

$$\Rightarrow 4(2^x) = 9(3^x)$$

$$\Rightarrow 2^{x+2} = 3^{x+2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2$$

Nos piden:

$$5^x = 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 25: Si el par $(1; a)$ es solución del sistema

$$3x - y = k$$

$$5x + y = k - 2$$

halle el valor de a

A) 2

B) 5

C) -5

D) 1

E) -2

Resolución:

Dado el sistema:

$$3x - y = k$$

$$5x + y = k - 2$$

Si el par $(1; a)$ es solución del sistema

$$\Rightarrow x = 1 \wedge y = a$$

Reemplazando en el sistema

$$3 - a = k$$

$$5 + a = k - 2$$

Resolviendo :

$$a = -2$$

Rpta.: E**PROBLEMA 26:** Halle los valores de x que satisfacen la ecuación :

$$5^{\log_x(x^2 - 5x + 15)} = 3^{\log_x 25}$$

A) 2 y 3

B) 2 y 4

C) 3 y 5

D) 3 y 4

E) 2 y 5

Resolución:

$$5^{\log_x(x^2 - 5x + 15)} = 3^{\log_x 25}$$

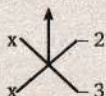
$$5^{\log_x(x^2 - 5x + 15)} = 25^{\log_x 3}$$

$$5^{\log_x(x^2 - 5x + 15)} = 5^{2 \log_x 3} = 5^{\log_x 9}$$

$$\Rightarrow \log_x(x^2 - 5x + 15) = \log_x 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 15 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$



$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \vee x = 3$$

Rpta.: A

PROBLEMA 27: La tabla adjunta muestra parte del dominio y rango de una función lineal f .

x	2	5	8	b
$f(x)$	10	a	28	37

La suma de a y b es:

A) 25

B) 40

C) 45

D) 30

E) 35

Resolución:

x	2	5	8	b
$f(x)$	10	a	28	37

Como es función lineal debe tener la forma:

$$F(x) = cx + d$$

Para :

$$\left. \begin{array}{l} F(2) = 10 \Rightarrow 2c + d = 10 \\ F(8) = 28 \Rightarrow 8c + d = 28 \end{array} \right\} (-)$$

$$6c = 18$$

$$c = 3 \Rightarrow d = 4$$

Entonces la función lineal sera:

$$F(x) = 3x + 4$$

Para : $F(5) = a$

$$\Rightarrow 3(5) + 4 = a$$

$$\Rightarrow a = 19$$

Para : $F(b) = 37$

$$\Rightarrow 3b + 4 = 37$$

$$\Rightarrow b = 11$$

Nos piden. $a + b = 19 + 11 = 30$

Rpta.: D

PROBLEMA 28:

Si a, b y c son raíces de la ecuación $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, donde $r \neq 0$, halle el valor

de $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

A) $\frac{q^2 + 2pr}{r^2}$

B) $\frac{q^2 - 2p}{r^2}$

C) $\frac{q^2 + 2p}{r^2}$

D) $\frac{q^2 + 2r}{p}$

E) $\frac{q^2 - 2pr}{r^2}$

Resolución:

Sean : a, b y c las raíces de la ecuación :

$$x^3 - px^2 + qx - r = 0 \quad (r \neq 0)$$

Por el teorema de Cardano - Viette se cumple:

$$a + b + c = p$$

$$ab + bc + ac = q$$

$$abc = r$$

Nos piden:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{(bc)^2 + (ac)^2 + (ab)^2}{(abc)^2} \dots (I)$$

Pero:

$$ab + bc + ac = q$$

$$\Rightarrow (ab + bc + ac)^2 = q^2$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2[(ab)(bc) + (bc)(ac) +$$

$$(ab)(ac)] = q^2$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2(abc)(b + c + a) = q^2$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2rp = q^2$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 = q^2 - 2rp \dots (II)$$

(II) en (I):

$$\frac{(bc)^2 + (ac)^2 + (ab)^2}{(abc)^2} = \frac{q^2 - 2rp}{r^2}$$

Rpta.: E

- | | |
|----|---|
| 1 | Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales |
| 2 | El polinomio - Productos Notables |
| 3 | División Algebraica - Divisibilidad Algebraica |
| 4 | Factorización - Fracciones |
| 5 | Radicación - Racionalización |
| 6 | Potencia de un Binomio - Factorial de un Número -Combinatoria |
| 7 | Números Complejos |
| 8 | Ecuaciones |
| 9 | Desigualdades - Inecuaciones |
| 10 | Relaciones - Funciones |
| 11 | Función Exponencial - Logarítmación |
| 12 | Sucesiones - Series |
| 13 | Matrices - Determinantes |
| 14 | Sistema de Ecuaciones |
| 15 | Programación Lineal |

Teléfonos: 424 - 6350

992 - 796104



/ fondoeditorialrodo

editorialrodo@gmail.com



N°

TEMA

1

Leyes de Exponentes, Ecuaciones Exponenciales